



โครงการสอบประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์
Thailand Educational Development and Evaluation Tests (TEDET)

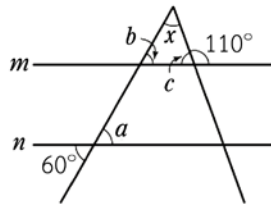
เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2561

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	50	16	600
2	6	17	2
3	35	18	12
4	18	19	228
5	16	20	4
6	4	21	12
7	102	22	44
8	1	23	40
9	10	24	5
10	40	25	330
11	5	26	32
12	2	27	7
13	9	28	22
14	38	29	334
15	5	30	3

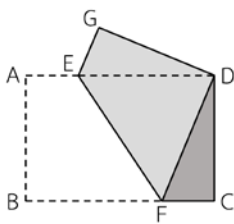
แนวคิด

1. เส้นตรง m ขนานกับ
เส้นตรง n จึงได้ว่า
 $b = a = 60^\circ$
จาก $b + x = 110^\circ$
จึงได้ว่า $x = 110 - 60 = 50^\circ$



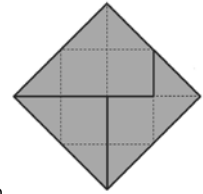
2. จุด $(3a+2, 2a+4)$ อยู่บนแกน X
แสดงว่า $2a+4=0$ นั่นคือ $a = -2$
จุด $(4b+12, b+6)$ อยู่บนแกน Y
แสดงว่า $4b+12=0$ นั่นคือ $b = -3$
ดังนั้น $a \times b = (-2) \times (-3) = 6$
3. สมการ $ax - 10 = 7x - 2b$ มีคำตอบเป็นจำนวนเต็ม
ทุกตัว แสดงว่า $a = 7$ และ $-10 = -2b$
ดังนั้น $a \times b = 7 \times 5 = 35$

4.



สังเกตว่า $GD = AB = 12$ เซนติเมตร
พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก EGD
จะได้ว่า $GE = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ เซนติเมตร
 $\therefore BC = AD = AE + ED = GE + ED$
 $= 5 + 13 = 18$ เซนติเมตร

5. เมื่อนำชิ้นส่วนมาประกอบกัน
เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป
รูปสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่
 $8 \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) = 16$ ตารางนิ้ว
ซึ่งมีด้านยาว $\sqrt{16} = 4$ นิ้ว
ดังนั้น ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมคือ $4 \times 4 = 16$ นิ้ว



6.
$$\begin{array}{r} 2x^2 - x + 3 \\ 2x + 3 \overline{) 4x^3 + 4x^2 + 3x - 2} \\ \underline{4x^3 + 6x^2} \\ -2x^2 + 3x \\ \underline{-2x^2 - 3x} \\ 6x - 2 \\ \underline{6x + 9} \\ -11 \end{array}$$

นั่นคือ $Q = 2x^2 - x + 3$ และ $R = -11$
ดังนั้น $Q + R = 2x^2 - x - 8$

7. รูป B กว้าง $(1 + \frac{2}{5}) \times 10 = 14$ เซนติเมตร
และยาว $(1 + \frac{20}{100}) \times 15 = 18$ เซนติเมตร
ดังนั้น รูป B มีพื้นที่มากกว่ารูป A อยู่
 $(14 \times 18) - (10 \times 15) = 252 - 150$
 $= 102$ ตารางเซนติเมตร

8. ความสูงของเก้าอี้ที่เหมาะสมคือ
 $160 \times \frac{23}{100} = 36.8$ เซนติเมตร
ความสูงของโต๊ะที่เหมาะสมคือ
 $160 \times \frac{41}{100} = 65.6$ เซนติเมตร

9. เมื่อเดินทาง 80 นาที จะได้ระยะทาง

$$50 \times \frac{80}{20} = 200 \text{ กิโลเมตร}$$

$$\text{และใช้น้ำมัน } 1 \times \frac{200}{20} = 10 \text{ ลิตร}$$

10. มุมตกกระทบมีขนาดเท่ากับ

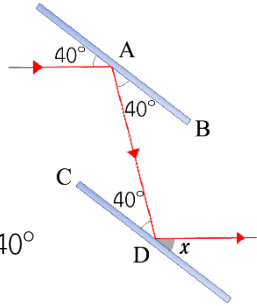
มุมสะท้อน จึงได้ว่า

$$\angle BAD = 40^\circ$$

กระจกเงาวางขนานกัน

จึงได้ว่า $\angle ADC = \angle BAD = 40^\circ$

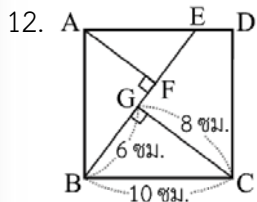
ดังนั้น $x = \angle ADC = 40^\circ$



11. เซกเตอร์ A เป็น $\frac{1}{8}$ ของบริเวณวงกลม

จึงมีพื้นที่เท่ากับ

$$\frac{1}{8} \times \pi \times \left(\frac{2.5}{2}\right)^2 = \frac{25}{128} \pi \text{ ตารางเมตร}$$



พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

AFB และ BGC

$$\text{จาก } \angle FBA + \angle CBG = 90^\circ = \angle CBG + \angle GCB$$

$$\therefore \angle FBA = \angle GCB$$

เนื่องจาก $AB = BC$ จึงได้ว่า $\triangle AFB \cong \triangle BGC$

ดังนั้น $BF = CG = 8$ เซนติเมตร

และ $FG = BF - BG = 8 - 6 = 2$ เซนติเมตร

13. $4^7 \times (5^2)^6 = 2^{14} \times 5^{12} = 2^2 \times 2^{12} \times 5^{12} = 4 \times 10^{12}$

เป็นจำนวนนับที่มี 13 หลัก ซึ่งผลบวกของเลขโดด

ในแต่ละหลักเท่ากับ 4

นั่นคือ $n = 13$ และ $k = 4$ ดังนั้น $n - k = 9$

14. จาก $x^2 + 6x - 1 = 0$ ให้สังเกตว่า $x \neq 0$

$$\text{จึงได้ว่า } x + 6 - \frac{1}{x} = 0 \text{ นั่นคือ } x - \frac{1}{x} = -6$$

$$\text{ดังนั้น } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = (-6)^2 + 2 = 38$$

15. เส้นตรง l' ผ่านจุด $(1, 2)$

แสดงว่าเส้นตรง l ผ่านจุด $(1, -2)$

นั่นคือ เส้นตรง l ผ่านจุด $(2, 0)$ และ $(1, -2)$

จึงมีสมการเป็น $y = 2x - 4$

16. นักเรียนที่อยากได้ลูกข่างมี 24 คน ซึ่งคิดเป็น 20% ของนักเรียนที่อยากได้ของเล่น

$$\text{จึงมีนักเรียนที่อยากได้ของเล่นอยู่ } 24 \div 0.2 = 120 \text{ คน}$$

ซึ่งคิดเป็น 20% ของนักเรียนทั้งหมด

ดังนั้น โรงเรียนแห่งนี้มีนักเรียนทั้งหมด

$$120 \div 0.2 = 600 \text{ คน}$$

17. $\left[\begin{matrix} \frac{1}{x} \\ \frac{1}{y} \end{matrix} \right]$ ให้ผลลัพธ์เป็น $2 \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{y} = \frac{2}{xy}$



$$\frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$$

$$= \frac{2}{x+y}$$

$\left[\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right]$ $\left[\begin{matrix} \frac{1}{x} \\ \frac{1}{y} \end{matrix} \right]$ ให้ผลลัพธ์เป็น $\frac{2xy}{x+y} + \frac{2}{x+y}$

$$= \frac{2xy+2}{x+y}$$



ดังนั้น $A = 2xy + 2$

18. จากรูป A และ B จะเห็นว่า  =  $\times 3$

จากรูป A จะได้ว่า

$$\text{รูป A} \times 2 = (\text{รูป A} \times 2) + (\text{รูป B} \times \frac{1}{3})$$

นั่นคือ  $\times \frac{5}{3} = \text{รูป B} \times 2$

ดังนั้น  =  $\times \frac{6}{5} = 10 \times \frac{6}{5} = 12$ กรัม

19.

ผู้ลงสมัคร	A	B	C
คะแนนเสียง จากผู้ชาย	$2,400 \times 0.55 \times 0.4$ = 528	$2,400 \times 0.55 \times 0.35$ = 462	$2,400 \times 0.55 \times 0.25$ = 330
คะแนนเสียง จากผู้หญิง	$2,400 \times 0.45 \times 0.35$ = 378	$2,400 \times 0.45 \times 0.2$ = 216	$2,400 \times 0.45 \times 0.45$ = 486
คะแนนเสียง รวม	906	678	816

มากที่สุด น้อยที่สุด

ดังนั้น A ได้คะแนนเสียงมากกว่า B อยู่

$$906 - 678 = 228 \text{ คน}$$

20. จาก $5f = 2e$ จะได้ว่า $e = \frac{5}{2}f$

และจาก $3v = 2e$ จะได้ว่า $v = \frac{2}{3}e = \frac{5}{3}f$

จาก $v - e + f = 2$ จะได้ว่า $\frac{5}{3}f - \frac{5}{2}f + f = 2$

นั่นคือ $\frac{1}{6}f = 2$ ดังนั้น $f = 12$

21. ลูกเหล็ก 3 ลูก มีปริมาตรรวมกันเป็น

$$3 \times \frac{4\pi}{3} \times 3^3 = 108\pi \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ภาชนะมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ

$$\pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 = 36\pi \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

เมื่อนำลูกเหล็กออก น้ำจะลดลง

$$\frac{108\pi}{36\pi} = 3 \text{ เซนติเมตร}$$

น้ำที่เหลืออยู่ในภาชนะจึงสูง 12 เซนติเมตร

22. พิจารณาความยาวด้าน 4, 5 และ x หน่วย
ของรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

ถ้า x เป็นความยาวด้านที่ยาวที่สุด จะได้ว่า
 $x^2 < 4^2 + 5^2$ นั่นคือ $x < \sqrt{41}$

ถ้า x เป็นความยาวด้านที่สั้นที่สุด จะได้ว่า
 $5^2 < 4^2 + x^2$ นั่นคือ $x > 3$

จึงได้ว่า $3 < x < \sqrt{41}$

นั่นคือ $a = 3$ และ $b = 41$ ดังนั้น $a + b = 44$

23. ให้กระเบื้องกว้าง x เซนติเมตร และยาว y เซนติเมตร
จากการปูกระเบื้องบนผนัง พบว่า $4x = 2y + 4$

นั่นคือ $y = 2x - 2$

ผนังมีพื้นที่ 260 ตารางเซนติเมตร จึงได้ว่า

$$4x \times (y + x) = 260$$

นั่นคือ $4x \times \{(2x - 2) + x\} = 260$

จึงได้ว่า $3x^2 - 2x - 65 = 0$

นั่นคือ $(x - 5)(3x + 13) = 0 \therefore x = 5$

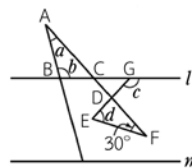
ดังนั้น กระเบื้อง 1 แผ่น มีพื้นที่

$$x \times (2x - 2) = 5 \times 8 = 40 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

24. ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$\begin{aligned} \sqrt{0 + \sqrt{16} + 30 - \sqrt{81}} &= \sqrt{0 + 4 + 30 - 9} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

25.



พิจารณา $\triangle CDG$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \angle DCG + \angle GDC + \angle DGC \\ = 180^\circ \end{aligned}$$

นั่นคือ $(180 - a - b) + (180 - d - 30) + (180 - c) = 180$

ดังนั้น $a + b + c + d = 330^\circ$

26. $2^{16} - 1 = (2^8 + 1)(2^8 - 1)$

$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$

$= 257 \times 17 \times 15$

ดังนั้น จำนวนนับที่หาร $2^{16} - 1$ ลงตัว และมีค่าระหว่าง 10 กับ 20 ได้แก่ 15 และ 17 ซึ่งมีผลบวกเท่ากับ $15 + 17 = 32$

27. สมมติว่าความยาวด้านทั้งสามเป็น

a, b และ c เซนติเมตร โดยที่ $a \leq b \leq c$

จาก $c < a + b$ และ $a + b + c = 18$

จะได้ว่า $c < 18 - c$ นั่นคือ $c < 9$

และจาก $3c \geq a + b + c = 18$ จะได้ว่า $c \geq 6$

นั่นคือ $c = 6, 7, 8$

ดังนั้น $(a, b, c) = (2, 8, 8), (3, 7, 8), (4, 6, 8),$

$(5, 5, 8), (4, 7, 7), (5, 6, 7), (6, 6, 6)$

28. พิจารณาข้อมูลของความยาวเส้นขอบทั้งหมด

ซึ่งประกอบด้วย $x, y, 3$ อย่างละ 4 เส้น

จะได้ว่า $\frac{1}{12} \{4x + 4y + (4 \times 3)\} = 2$

นั่นคือ $x + y = 3$

และ $\frac{1}{12} \{4(x - 2)^2 + 4(y - 2)^2 + 4(3 - 2)^2\} = \frac{2}{3}$

นั่นคือ $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$

ให้ $x' = x - 2$ และ $y' = y - 2$

จะได้ว่า $x' + y' = -1$ และ $(x')^2 + (y')^2 = 1$

เมื่อแก้ระบบสมการ จะได้ว่า

$(x', y') = (-1, 0)$ หรือ $(0, -1)$

นั่นคือ $(x, y) = (1, 2)$ หรือ $(2, 1)$

ดังนั้น พื้นที่ผิวทั้งหมดคือ

$2xy + (2x \times 3) + (2y \times 3) = 2xy + 6(x + y)$

$= 22$ ตารางหน่วย

29. หลังจากที่มีการให้ลูกแก้วไปมา n ครั้ง จำนวนลูกแก้วของแต่ละคนเป็นดังนี้

n	0	2	5	8	11	...	197	200
A	200	199	198	197	196	...	134	133
B	200	199	198	197	196	...	134	133
C	200	202	204	206	208	...	332	334

ดังนั้น C มีลูกแก้วมากที่สุดและมี 334 ลูก

30. แยกพิจารณาสองกรณีดังนี้

1. เมื่อ $x \geq y$

จะได้ว่า $x = x^2 + xy + y^2$ และ $y = x + 2y - 2$

แทนค่า $y = 2 - x$ ลงในสมการแรก

จะได้ว่า $x = x^2 + x(2 - x) + (2 - x)^2$

เมื่อจัดรูป จะได้ว่า $x^2 - 3x + 4 = 0$ ซึ่งไม่มีคำตอบ

2. เมื่อ $x < y$

จะได้ว่า $y = x^2 + xy + y^2$ และ $x = x + 2y - 2$

นั่นคือ $y = 1$

ซึ่งเมื่อแทนค่าลงในสมการแรก

จะได้ว่า $1 = x^2 + x + 1$

นั่นคือ $x = 0$ หรือ -1

จากทั้งสองกรณี จะได้ว่า $(x, y) = (0, 1)$ หรือ $(-1, 1)$

ดังนั้น ผลบวกของ $x^2 + y^2$ เท่ากับ

$(0^2 + 1^2) + \{(-1)^2 + 1^2\} = 3$