TEDET
Thailand Educational Development and Evaluation Tests

The International Association for the Future STEM Workforce

โครงการประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ (TEDET)

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2566

วิชาคณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	853	16	9
2	4	17	3
3	7	18	4
4	3	19	5
5	4	20	3
6	4	21	12
7	1	22	5
8	3	23	21
9	11	24	180
10	4	25	2
11	4	26	12
12	1	27	12
13	30	28	520
14	24	29	5
15	13	30	7

คำอธิบาย

1. เนื่องจาก $216+216-125=307$
   จะได้ว่า $307 < 700$
   เนื่องจาก $307+307-125=489$
   จะได้ว่า $489 < 700$
   เนื่องจาก $489+489-125=853$
   จะได้ว่า $853 > 700$
   ดังนั้น ผลลัพธ์ที่ได้คือ 853

2. $$ax^2+bx+c=0$$
$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$
$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$
$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$
$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$
$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
   จะได้ $\mathrm{A}=-\frac{c}{a}$, $\mathrm{B}=\left(\frac{b}{2a}\right)^2$, $\mathrm{C}=\frac{b}{2a}$,
   $\mathrm{D}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ และ $\mathrm{E}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
   ดังนั้น ข้อที่ไม่ถูกต้องคือ ④

3. จาก $x^2+4x-3=-2x-1$
$$x^2+6x-2=0$$
$$x=-3\pm\sqrt{11}$$
   เนื่องจาก $3<\sqrt{11}<4$ และ $-4<-\sqrt{11}<-3$
   นั่นคือ $-7<-3-\sqrt{11}<-6$
   และ $0<-3+\sqrt{11}<1$
   ดังนั้น จำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง $-3-\sqrt{11}$ กับ $-3+\sqrt{11}$ มี 7 จำนวน ได้แก่ $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$

4. ปี พ.ศ. 2564 จำนวนครัวเรือนคนเดียวเท่ากับ
   $200{,}0000\times\frac{33.4}{100}=66{,}800$ ครัวเรือน
   จะได้ว่า จำนวนครัวเรือนคนเดียวที่เป็นผู้หญิง
   เท่ากับ $66{,}800\times\frac{30}{100}=20{,}040$ ครัวเรือน
   ดังนั้น จำนวนครัวเรือนที่เป็นผู้หญิงอายุน้อยกว่าหรือเท่ากับ 29 ปี เท่ากับ
   $20{,}040\times\frac{20}{100}=4{,}008$ ครัวเรือน

5. เนื่องจาก $2(x+1)(4x-1)-3=8x^2+6x-5$
$$=(2x-1)(4x+5)$$
   และ $4xy-2x-2y+1=2x(2y-1)-(2y-1)$
$$=(2x-1)(2y-1)$$
   จะได้ว่า $2x-1$ เป็นตัวประกอบร่วมของสองพหุนาม
   นั่นคือ $2x-1$ เป็นตัวประกอบของ $6x^2-11x+a$ ด้วยเช่นกัน
   เนื่องจาก $6x^2-11x+a=(2x-1)(3x-4)$
   ดังนั้น $a=4$

6. ① ระยะเวลาการใช้สมาร์ทโฟนมากเป็นอันดับ 5 คือ 85 นาที ซึ่งเป็นนักเรียนชาย

② ระยะเวลาการใช้สมาร์ทโฟนมากที่สุด คือ 96 นาที ซึ่งเป็นนักเรียนหญิง

③ นักเรียนที่มีระยะเวลาการใช้สมาร์ทโฟนมากกว่าหรือเท่ากับ 75 นาที แต่น้อยกว่า 85 นาที ได้แก่ 76 นาที, 76 นาที, 76 นาที, 78 นาที, 78 นาที, 79 นาที, 80 นาที, 83 นาที, 84 นาที รวมทั้งหมด 9 คน

④ เนื่องจากมีนักเรียนทั้งหมด $4+6+7+4+4=25$ คน และมีนักเรียนที่มีระยะเวลาการใช้สมาร์ทโฟนมากกว่าหรือเท่ากับ 85 นาที จำนวน 5 คน ได้แก่ 85 นาที, 90 นาที, 92 นาที, 94 นาที, 96 นาที ซึ่งคิดเป็น $\frac{5}{25}\times 100=20\%$
ดังนั้น นักเรียนที่มีระยะเวลาการใช้สมาร์ทโฟนมากกว่าหรือเท่ากับ 85 นาที คิดเป็น 20% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

⑤ ระยะเวลาการใช้สมาร์ทโฟนที่มากที่สุดของนักเรียนชายเป็น 94 นาที แต่ระยะเวลาการใช้สมาร์ทโฟนที่มากที่สุดของนักเรียนหญิงเป็น 96 นาที

ดังนั้น ข้อที่อธิบายถูกต้องคือ ④

7. เนื่องจาก $2<\sqrt{6}<3$ จะได้ว่า $3<1+\sqrt{6}<4$
นั่นคือ $a=3$ และ $b=(1+\sqrt{6})-3=\sqrt{6}-2$

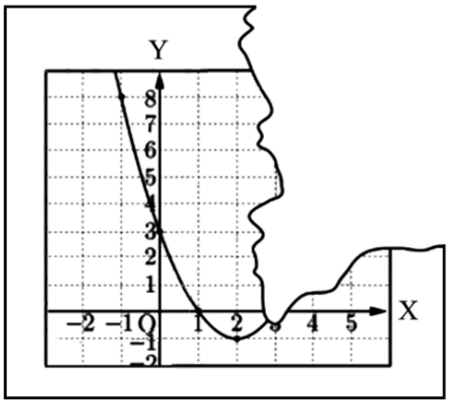
$$3x^2+(3-\sqrt{6}+2+\sqrt{6})x-(3-1+\sqrt{6})(\sqrt{6}-2)=0$$
$$3x^2+5x-(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)=0$$
$$3x^2+5x-2=0$$
$$(3x-1)(x+2)=0$$

ดังนั้น $x=-2$ และ $x=\frac{1}{3}$

8. เนื่องจาก $ax^2-b=0$ มีคำตอบ
จะได้ว่า $-4\times a\times(-b)\geq 0$ นั่นคือ $ab\geq 0$
และจาก $(y+b)^2+a=0$ หรือ $(y+b)^2=-a$
มีคำตอบ จะได้ว่า $-a\geq 0$
นั่นคือ $a\leq 0$ ทำให้ได้ว่า $b\leq 0$ ด้วย
ดังนั้น $\sqrt{36a^2}+\sqrt{(a-b)^2+4ab}-\sqrt{4b^2}$

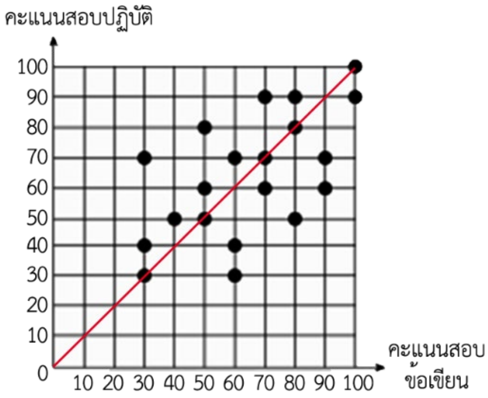
$$=\sqrt{(6a)^2}+\sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(2b)^2}$$
$$=-6a+\{-(a+b)\}-(-2b)$$
$$=-6a-a-b+2b$$
$$=-7a+b$$

9.

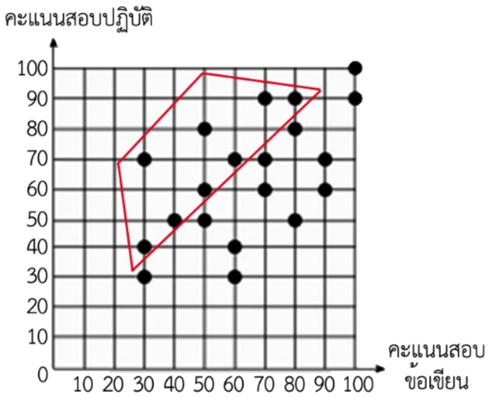


เนื่องจากกราฟเป็นพาราโบลาหงาย มีพิกัดของจุดยอดคือ $(2,\ -1)$
สมการของกราฟเขียนได้ในรูป $y=c(x-2)^2-1$
เนื่องจากกราฟผ่านจุด $(0,\ 3)$ จะได้ว่า $3=4c-1$
นั่นคือ $c=1$
จะได้ว่า สมการของกราฟคือ $y=(x-2)^2-1$
เนื่องจากกราฟผ่านจุด $(4,\ 3)$ และ $(5,\ 8)$
ดังนั้น $a+b=3+8=11$

10. A. ผู้สมัครที่ได้คะแนนสอบข้อเขียนเท่ากับคะแนนสอบปฏิบัติคือ จุดบนเส้นตรงที่ลากจาก (0, 0) ถึง (100, 100) มีทั้งหมด 5 คน ดังรูป

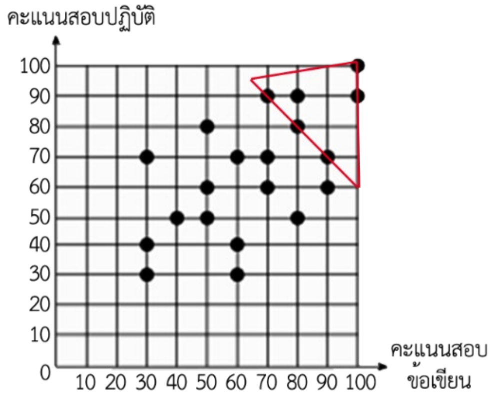


B. ผู้สมัครที่ได้คะแนนสอบปฏิบัติมากกว่าคะแนนสอบข้อเขียนคือ จุดเหนือเส้นตรง $y = x$ มีทั้งหมด 8 คน ดังรูป ซึ่งคิดเป็น $\frac{8}{20} \times 100 = 40\%$ ของจำนวนผู้สมัครทั้งหมด

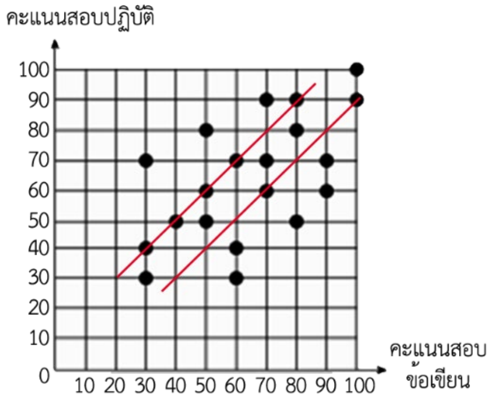


C. ผู้สมัครที่ได้คะแนนรวมเฉลี่ยมากกว่าหรือเท่ากับ 80 คะแนน คือ ผู้สมัครที่ได้ผลรวมของคะแนนทั้งหมดมากกว่าหรือเท่ากับ 160 คะแนน

นั่นคือ มีทั้งหมด 6 คน ดังรูป



D. ผู้สมัครที่มีคะแนนสอบปฏิบัติมากกว่าคะแนนสอบข้อเขียนอยู่ 10 คะแนน มี 5 คน และผู้สมัครที่มีคะแนนสอบข้อเขียนมากกว่าคะแนนสอบปฏิบัติอยู่ 10 คะแนน มี 2 คน ดังรูป



นั่นคือ ผู้สมัครที่มีคะแนนสอบข้อเขียนกับคะแนนสอบปฏิบัติต่างกันอยู่ 10 คะแนน มีทั้งหมด 7 คน

ดังนั้น ข้อสรุปที่**ไม่**ถูกต้อง คือ C และ D เท่านั้น

11. เนื่องจาก $a = \dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$= \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}$

$= \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$

และ $b = \dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$= \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$= \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$

จะได้ว่า $a+b=\sqrt{5}$, $a-b=\sqrt{3}$, $ab=\dfrac{1}{2}$

และ $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$=(\sqrt{5})^2-(2\times\dfrac{1}{2})$

$=4$

จาก $a^6-b^6=(a^3+b^3)(a^3-b^3)$

$=(a+b)(a^2-ab+b^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$=\sqrt{5}\times(4-\dfrac{1}{2})\times\sqrt{3}\times(4+\dfrac{1}{2})$

$=\sqrt{15}\times\dfrac{7}{2}\times\dfrac{9}{2}$

$=\dfrac{63\sqrt{15}}{4}$

12. • สมการกำลังสองที่โนราแก้โจทย์เป็น

$(x+7)(x-3)=0$

$x^2+4x-21=0$

เนื่องจากโนราดูสัมประสิทธิ์ของ x ถูก จะได้ว่า สัมประสิทธิ์ของ x ของสมการกำลังสองคือ 4

• สมการกำลังสองที่ดีแลนแก้โจทย์เป็น

$(x+4)(x-2)=0$

$x^2+2x-8=0$

เนื่องจากดีแลนดูพจน์คงตัวถูก จะได้ว่า พจน์คงตัวของสมการกำลังสองคือ -8

นั่นคือ สมการกำลังสองคือ $x^2+4x-8=0$

ดังนั้น $x=-2\pm2\sqrt{3}$

13. เนื่องจากอัตราส่วนของจำนวนสมาร์ทโฟนที่ปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.7 วัตต์ต่อกิโลกรัม แต่น้อยกว่า 0.9 วัตต์ต่อกิโลกรัม ต่อจำนวนสมาร์ทโฟนที่ปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.9 วัตต์ต่อกิโลกรัม แต่น้อยกว่า 1.1 วัตต์ต่อกิโลกรัม มีค่าเป็น 4 : 7 และอัตราส่วนของจำนวนสมาร์ทโฟนที่ปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.9 วัตต์ต่อกิโลกรัม แต่น้อยกว่า 1.1 วัตต์ต่อกิโลกรัม ต่อจำนวนสมาร์ทโฟนที่ปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามากกว่าหรือเท่ากับ 1.1 วัตต์ต่อกิโลกรัม แต่น้อยกว่า 1.3 วัตต์ต่อกิโลกรัม มีค่าเป็น 2 : 1 ถ้าให้

- จำนวนสมาร์ทโฟนที่ปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.7 วัตต์ต่อกิโลกรัม แต่น้อยกว่า 0.9 วัตต์ต่อกิโลกรัม เป็น $8x$ เครื่อง
- จำนวนสมาร์ทโฟนที่ปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.9 วัตต์ต่อกิโลกรัม แต่น้อยกว่า 1.1 วัตต์ต่อกิโลกรัม เป็น $14x$ เครื่อง
- จำนวนสมาร์ทโฟนที่ปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามากกว่าหรือเท่ากับ 1.1 วัตต์ต่อกิโลกรัม แต่น้อยกว่า 1.3 วัตต์ต่อกิโลกรัม เป็น $7x$ เครื่อง

จะได้ว่า $3+4+6+8x+14x+7x+5+3=50$

นั่นคือ $x=1$

ดังนั้น จำนวนสมาร์ทโฟนที่ปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามากกว่าหรือเท่ากับ 1.1 วัตต์ต่อกิโลกรัม มี $7+5+3=15$ เครื่อง คิดเป็น

$\frac{15}{50}\times 100 = 30\%$ ของทั้งหมด

14. เนื่องจาก $\overline{\mathrm{BE}}$ คือเส้นที่แบ่งมุม $\mathrm{A\hat{B}C}$ ออกเป็นสองมุมเท่ากัน

จะได้ว่า $\mathrm{BC : BA = CE : EA}$

$\mathrm{BC} : 120 = 20 : 60$

$\mathrm{BC} : 120 = 1 : 3$

นั่นคือ $3\mathrm{BC} = 120$ จะได้ $\mathrm{BC} = 40$ เมตร

เนื่องจาก $\overline{\mathrm{AD}}$ คือเส้นที่แบ่ง $\mathrm{B\hat{A}C}$ ออกเป็นสองมุมเท่ากัน

จะได้ว่า $\mathrm{AB : AC = BD : CD}$

$120 : 80 = \mathrm{BD : CD}$

นั่นคือ $\mathrm{BD : CD} = 3 : 2$

ดังนั้น $\mathrm{BD} = \frac{3}{5}\mathrm{BC} = \frac{3}{5}\times 40 = 24$ เมตร

15. $y = \sqrt{\frac{x^3+x^2}{x^3+x^2-x-1}}$

$= \sqrt{\frac{x^2(x+1)}{x^2(x+1)-(x+1)}}$

$= \sqrt{\frac{x^2(x+1)}{(x+1)(x^2-1)}}$

$= \sqrt{\frac{x^2}{x^2-1}}$

$= \sqrt{\frac{x^2}{(x-1)(x+1)}}$

เมื่อ x เป็นจำนวนนับตั้งแต่ 2 ถึง 25

แล้วผลคูณของค่า y ที่ได้ทั้งหมด เท่ากับ

$\sqrt{\frac{2^2}{1\times 3}\times\frac{3^2}{2\times 4}\times\frac{4^2}{3\times 5}\times\ldots\times\frac{25^2}{24\times 26}}$

$= \sqrt{2\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{5}\times\ldots\times\frac{25}{24}\times\frac{25}{26}}$

$= \sqrt{2\times\frac{25}{26}}$

$= \frac{5}{\sqrt{13}}$

ดังนั้น $k = 13$

16. เนื่องจาก $xy-3x-3y+9$

$= x(y-3)-3(y-3)$

$= (x-3)(y-3)$

และจาก $1 \le x \le 8$ และ $1 \le y \le 8$

(i) เมื่อ $(x-3)(y-3)=1$ จะได้ว่า

คู่อันดับ $(x,\ y)$ ที่สามารถเป็นไปได้คือ

(2, 2), (4, 4)

(ii) เมื่อ $(x-3)(y-3)=4$ จะได้ว่า

คู่อันดับ $(x,\ y)$ ที่สามารถเป็นไปได้คือ

(1, 1), (4, 7), (5, 5), (7, 4)

(iii) เมื่อ $(x-3)(y-3)=9$ จะได้ว่า

คู่อันดับ $(x,\ y)$ ที่สามารถเป็นไปได้คือ (6, 6)

(iv) เมื่อ $(x-3)(y-3)=16$ จะได้ว่า

คู่อันดับ $(x,\ y)$ ที่สามารถเป็นไปได้คือ (7, 7)

(v) เมื่อ $(x-3)(y-3)=25$ จะได้ว่า

คู่อันดับ $(x,\ y)$ ที่สามารถเป็นไปได้คือ (8, 8)

ดังนั้น คู่อันดับ $(x,\ y)$ ที่ทำให้ $xy-3x-3y+9$ เป็นจำนวนนับกำลังสองมีทั้งหมด 9 คู่อันดับ

17. เนื่องจากใช้เวลา 7 นาที ในการเคลื่อนที่ครบรอบวงกลมเป็นครั้งแรก จะได้ว่า ระยะทาง 1 รอบวงกลม เท่ากับ $(2 \times 7^2)+7=105$ เซนติเมตร

นั่นคือ ระยะทางที่เคลื่อนที่ครบรอบวงกลมเป็นครั้งที่สองเท่ากับ $105 \times 2 = 210$ เซนติเมตร

จะได้ว่า $2x^2+x=210$

$2x^2+x-210=0$

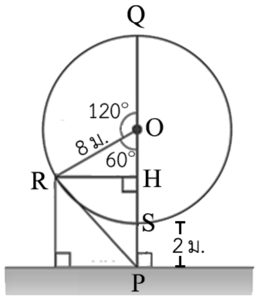
$(x-10)(2x+21)=0$

$x=10$ หรือ $x=-\dfrac{21}{2}$

เนื่องจาก x เป็นจำนวนบวก จะได้ว่า $x=10$

ดังนั้น ตุ๊กตากระรอกเคลื่อนที่ครบรอบวงกลมเป็นครั้งที่สองใช้เวลาหลังจากครบรอบวงกลมรอบแรก $10-7=3$ นาที

18. ถ้าแทนจุดศูนย์กลางของโครงเหล็กวงกลมของชิงช้าสวรรค์เป็น O ดังรูป



เนื่องจากชิงช้าสวรรค์ใช้เวลา 24 นาที ในการหมุนครบหนึ่งรอบ จะได้ว่า ขนาดของมุมที่เกิดจากการหมุนเป็นเวลา 8 นาที เป็น $360 \times \dfrac{8}{24} = 120^\circ$

ดังนั้น ตำแหน่งของจุด R เป็นตำแหน่งที่ $Q\hat{O}R = 120^\circ$

ถ้าลากเส้นตรงจากจุด R มาตั้งฉากกับ $\overline{OP}$ ที่จุด H

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ORH

เนื่องจาก $R\hat{O}H = 60^\circ$

จะได้ว่า OR : OH : RH = $2 : 1 : \sqrt{3}$

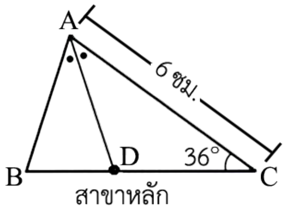
จาก OR = 8 เมตร จะได้ว่า OH $= 8 \times \dfrac{1}{2} = 4$ เมตร

และ RH $= 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ เมตร

เนื่องจากความสูงจากพื้นดินเมื่อกระเช้าเคลื่อนที่ลงมาใกล้พื้นดินที่สุดเป็น 2 เมตร และความยาวรัศมีของวงกลม O เป็น 8 เมตร

จะได้ว่า HP = OP − OH $= 10-4=6$ เมตร

ดังนั้น PR $= \sqrt{6^2+(4\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{21}$ เมตร

19. 

ถ้าให้ที่ตั้งของสาขาหลักเป็น D

จาก $\triangle ABC$ จะได้ว่า

$\hat{CAB} = \hat{CBA} = \frac{1}{2} \times (180-36) = 72^\circ$

นั่นคือ $\hat{CAD} = \frac{1}{2} \times \hat{CAB} = \frac{1}{2} \times 72 = 36^\circ$

เนื่องจาก $\hat{CAD} = \hat{ACD}$ จะได้ว่า $AD = CD$

จาก $\triangle ADC$ จะได้ว่า $\hat{ADB} = 36+36 = 72^\circ$

เนื่องจาก $\hat{ABD} = \hat{ADB}$ จะได้ว่า $AB = AD$

ถ้าให้ $AB = x$ กิโลเมตร จะได้ว่า

$AD = DC = AB = x$ กิโลเมตร

เนื่องจาก $\triangle CAB \sim \triangle ABD$

จะได้ว่า $CA : AB = AB : BD$

$6 : x = x : (6-x)$

จะได้ว่า $x^2 = 6(6-x)$

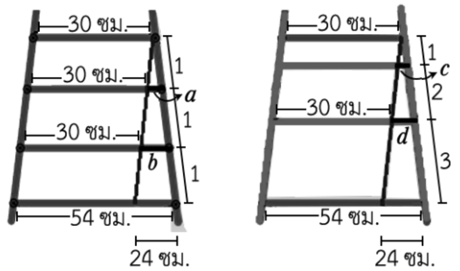
$x^2 + 6x - 36 = 0$

นั่นคือ $x = -3 \pm \sqrt{3^2 - 1 \times (-36)} = -3 \pm 3\sqrt{5}$

แต่ $x > 0$ จะได้ว่า $x = -3 + 3\sqrt{5}$

ดังนั้น $AB = -3 + 3\sqrt{5}$ กิโลเมตร

20. รูปร่างของบันไดที่มาร์คและเจสันสร้างเป็นดังนี้



มาร์ค เจสัน

เนื่องจากมาร์คสร้างบันไดโดยให้ระยะห่างระหว่างขั้นบันไดแต่ละขั้นเท่ากัน

ถ้าลากเส้นขนานเพิ่มดังรูป จะได้ว่า

$1 : 3 = \boldsymbol{a} : 24$ นั่นคือ $\boldsymbol{a} = 8$

และจาก $2 : 3 = \boldsymbol{b} : 24$ นั่นคือ $\boldsymbol{b} = 16$

ดังนั้น ความยาวของบันได 2 ขั้นตรงกลางที่มาร์คสร้างยาว 38 เซนติเมตร และ 46 เซนติเมตร

ตามลำดับ จึงมีผลรวมเป็น $38 + 46 = 84$ เซนติเมตร

เนื่องจากเจสันสร้างบันไดโดยให้ระยะห่างระหว่างขั้นบันไดแต่ละขั้นเป็น $1 : 2 : 3$

ถ้าลากเส้นขนานเพิ่มดังรูป จะได้ว่า

$1 : 6 = \boldsymbol{c} : 24$ นั่นคือ $\boldsymbol{c} = 4$

และจาก $3 : 6 = \boldsymbol{d} : 24$ นั่นคือ $\boldsymbol{d} = 12$

ดังนั้น ความยาวของบันได 2 ขั้นตรงกลางที่เจสันสร้างยาว 34 เซนติเมตร และ 42 เซนติเมตร

ตามลำดับ จึงมีผลรวมเป็น $34 + 42 = 76$ เซนติเมตร

ดังนั้น ผลรวมความยาวของบันได 2 ขั้นตรงกลางของมาร์คยาวกว่าเจสันอยู่ $84 - 76 = 8$ เซนติเมตร

21. จาก $(x-2)(x-1)-2x=1$

$$x^2-3x+2-2x=1$$

$$x^2-5x+1=0$$

ถ้าแทนค่า $x=a$ ลงใน $x^2-5x+1=0$

จะได้ว่า $a^2-5a+1=0$ ซึ่งพบว่า $a \neq 0$

และจาก $1+a^2=5a$ จะได้ว่า $\frac{1}{a}+a=5$

ดังนั้น $\mathrm{A}=1$ และ $\mathrm{C}=5$

และจาก $a^2=5a-1$ จะได้ว่า

$a^5-8a^4+16a^3-2a^2-5a+4$

$=a^3(a^2-8a+16)-2(5a-1)-5a+4$

$=a^3\{(5a-1)-8a+16\}-10a+2-5a+4$

$=a^3(-3a+15)-15a+6$

$=-3a^4+15a^3-15a+6$

$=-3a^2(a^2-5a)-3(5a-1)+3$

$=3a^2-3a^2+3$

$=3$

นั่นคือ $\mathrm{B}=3$ และ $\mathrm{D}=3$

จะได้ว่า รหัสคือ 1353

ดังนั้น ผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลักเท่ากับ

$1+3+5+3=12$

22. ลูกบอลที่เขียนหมายเลข $(x-2)$ มี $(x-1)$ ลูก

ลูกบอลที่เขียนหมายเลข x มี $(x+1)$ ลูก

ลูกบอลที่เขียนหมายเลข $(x+2)$ มี $(x+3)$ ลูก

เนื่องจากค่าเฉลี่ยของหมายเลขที่เขียนอยู่บน

ลูกบอลเหล่านี้เป็น $\frac{49}{9}$ จะได้ว่า

$$\frac{(x-2)(x-1)+x(x+1)+(x+2)(x+3)}{(x-1)+(x+1)+(x+3)}=\frac{49}{9}$$

$$\frac{(x^2-3x+2)+(x^2+x)+(x^2+5x+6)}{3x+3}=\frac{49}{9}$$

$$\frac{3x^2+3x+8}{3x+3}=\frac{49}{9}$$

$9x^2+9x+24=49x+49$

$9x^2-40x-25=0$

$(9x+5)(x-5)=0$

$$x=-\frac{5}{9} \text{ หรือ } x=5$$

เนื่องจาก x เป็นจำนวนนับที่มากกว่าหรือเท่ากับ 3

ดังนั้น $x=5$

23. ให้ $2{,}023=a$ และ $5=b$

จะได้ว่า $(2{,}023\times 2{,}028)+25=a(a+b)+b^2$

$=a^2+ab+b^2$

จะได้ว่า $2{,}023^3-125$

$=2{,}023^3-5^3=a^3-b^3$

$=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$=(2{,}023-5)\times\{(2{,}023\times 2{,}028)+25\}$

นั่นคือ $(2{,}023^3-125)\div\{(2{,}023\times 2{,}028)+25\}$

$=2{,}023-5$

$=2{,}018$

ฉะนั้น เมล็ดพันธุ์ที่ส่งไปแต่ละโกดังมีจำนวนเท่ากับ 2,018 เมล็ด

เนื่องจากบรรจุเมล็ดพันธุ์นี้ใส่กล่องแต่ละใบสามารถบรรจุได้ถึง 100 เมล็ด

และจาก $2{,}018\div 100=20$ เศษ 18

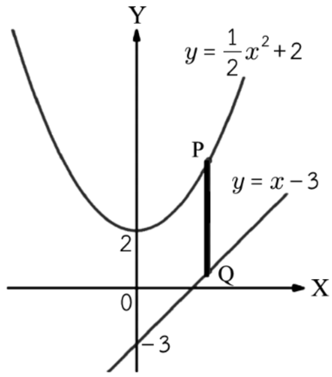
ดังนั้น โกดังแต่ละแห่งได้รับกล่องเมล็ดพันธุ์อย่างน้อยที่สุด 21 ใบ

24. กราฟพาราโบลา $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$ ที่สะท้อนกับแกน X คือ $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ ซึ่งเป็นกราฟ G_1

และเมื่อเลื่อนกราฟ $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ ขนานกับแกน Y ขึ้นไป 1 หน่วย จะได้สมการเป็น

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ ซึ่งเป็นกราฟ G_2

เมื่อกำหนด P เป็นจุดบนกราฟ G_2 และ Q ที่เป็นจุดบนเส้นตรง $y = x - 3$ ดังรูป



จาก $\overline{PQ}$ ขนานกับแกน Y

ดังนั้น ค่าพิกัดของแกน X ของจุด P และจุด Q มีค่าเท่ากัน

ถ้าแทนพิกัด x ของจุด P และจุด Q เป็น a

จะได้ว่า $P(a, \frac{1}{2}a^2 + 2)$ และ $Q(a, a - 3)$

$$
\begin{aligned}
\text{นั่นคือ } PQ &= \frac{1}{2}a^2 + 2 - (a - 3) \\
&= \frac{1}{2}a^2 - a + 5 \\
&= \frac{1}{2}(a^2 - 2a + 1) + \frac{9}{2} \\
&= \frac{1}{2}(a - 1)^2 + \frac{9}{2}
\end{aligned}
$$

จะได้ว่า PQ ยาวน้อยที่สุด เมื่อ $a = 1$ ฉะนั้น $k = \frac{9}{2}$

ดังนั้น $40 \times k = 40 \times \frac{9}{2} = 180$

25. กำหนดให้ราคาของสินค้าเป็น x บาทต่อชิ้น ถ้าขายสินค้าได้ y ชิ้น ในหนึ่งวัน

จากรูปความสัมพันธ์ของ x และ y เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด (2000, 100) และจุด (2100, 60)

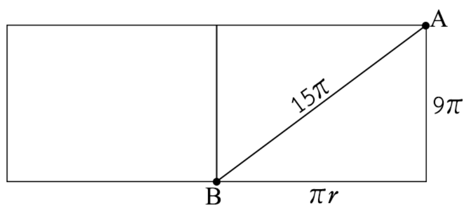
จะได้ว่าสมการคือ $y = -\frac{2}{5}x + 900$

เนื่องจากรายได้จากการขายในหนึ่งวันเป็นผลคูณของราคาของสินค้าหนึ่งชิ้นกับปริมาณการขายในหนึ่งวัน จะได้เป็น

$$
\begin{aligned}
yx &= (-\frac{2}{5}x + 900)x \\
&= -\frac{2}{5}x^2 + 900x \\
&= -\frac{2}{5}(x - 1{,}125)^2 + 506{,}250
\end{aligned}
$$

ดังนั้น ราคาของสินค้าที่ทำให้รายได้จากการขายในหนึ่งวันมากที่สุด คือ 1,125 บาท

26. ถ้าความยาวรัศมีของฐานทรงกระบอกเป็น r หน่วย ระยะทางบนผิวข้างของทรงกระบอกที่สั้นที่สุดจากจุด A ไปยังจุด B หาได้จากรูปคลี่ของหน้าข้างทรงกระบอกดังรูป



$\pi r = \sqrt{(15\pi)^2 - (9\pi)^2} = \sqrt{144\pi^2} = 12\pi$

นั่นคือ $r = 12$

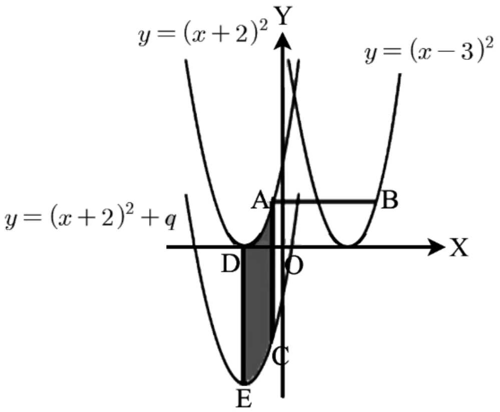
ดังนั้น รัศมีของฐานทรงกระบอกนี้ 12 หน่วย

27. เนื่องจากกราฟของ $y = (x-3)^2$ เกิดจากการเลื่อนขนานกราฟของ $y = (x+2)^2$ ไปตามแนวแกน X ทางขวา 5 หน่วย

จะได้ว่า AB = 5 หน่วย

กราฟของ $y = (x+2)^2 + q$ เป็นการเลื่อนขนานกราฟของ $y = (x+2)^2$ ไปตามแนวแกน Y เป็นระยะทาง $|\,q\,|$ หน่วย

จะได้ว่า AC = $|\,q\,|$ หน่วย ดังรูป



พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

เนื่องจาก AB = 5 หน่วย และ BC = $\sqrt{89}$ หน่วย

จะได้ว่า AC = $\sqrt{89-25}$ = $\sqrt{64}$ = 8 หน่วย

ดังนั้น q = −8 หน่วย และพิกัดของจุด E คือ E(−2, −8)

เนื่องจากพิกัด y ของจุด C คือ $-\frac{23}{4}$ จะได้ว่า

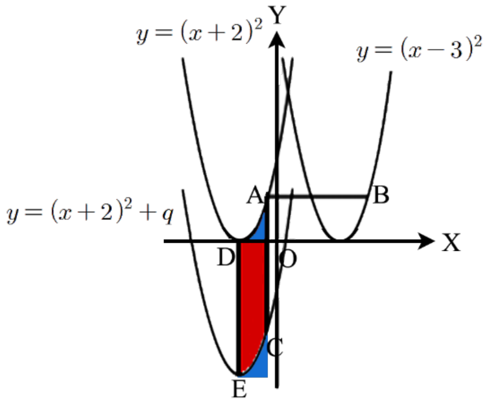
พิกัด x ของจุด C หาได้จาก $(x+2)^2 - 8 = -\frac{23}{4}$

นั่นคือ $x = -\frac{1}{2}$ หรือ $x = -\frac{7}{2}$

เนื่องจาก จุด C อยู่ทางฝั่งขวาของจุดยอดพาราโบลา $y = (x+2)^2 + q$ ดังนั้น $x = -\frac{1}{2}$

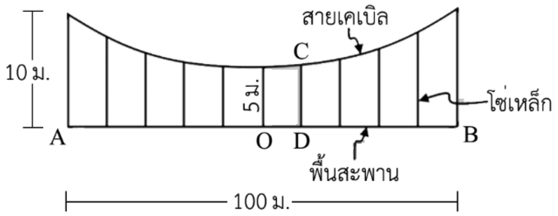
และพิกัด x ของจุด A คือ $-\frac{1}{2}$ เช่นกัน

ถ้าย้ายส่วนหนึ่งของส่วนที่แรเงาดังรูป จะได้เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวแนวนอนเป็น $-\frac{1}{2} - (-2) = \frac{3}{2}$ หน่วย และความยาวแนวตั้งเป็น 8 หน่วย



ดังนั้น พื้นที่ของส่วนที่แรเงาเท่ากับ

$\frac{3}{2} \times 8 = 12$ ตารางหน่วย

28. 

จากรูป ถ้าส่วนของเส้นตรง AB เป็นแกน X โดยที่จุดกึ่งกลางเป็นจุดกำเนิด และอยู่บนระบบพิกัดฉาก

จะได้ว่า สายเคเบิลเป็นรูปพาราโบลาที่มีพิกัดของจุดยอดเป็น (0, 5) และผ่านจุด (50, 10)

จะได้ สมการพาราโบลาเป็น $y = \frac{1}{500}x^2 + 5$

จากรูป ถ้าโซ่เหล็กที่สั้นเป็นอันดับสองยาว k เมตร

เนื่องจากพาราโบลาผ่านจุด (10, k)

จะได้ว่า $k = (\frac{1}{500} \times 10^2) + 5 = \frac{26}{5} = 5.2$

ดังนั้น ความยาวของโซ่เหล็กที่สั้นเป็นอันดับสองเป็น 5.2 เมตร หรือเท่ากับ 520 เซนติเมตร

29. พื้นที่ผิวของทรงกระบอกที่มีรัศมีฐานยาว 10 เซนติเมตร และสูง 12 เซนติเมตร เท่ากับ

$(2 \times \pi \times 10^2) + (2\pi \times 10 \times 12)$

$= 200\pi + 240\pi$

$= 440\pi$ ตารางเซนติเมตร

ถ้าให้เจาะรูเป็นจำนวน $2x$ รู เพื่อทำให้พื้นที่ผิวมากกว่าหรือเท่ากับ 1.5 เท่าของพื้นที่ผิวของทรงกระบอกในตอนแรก นั่นคือ

$440\pi + [(2\pi \times 1 \times 12) \times 2x] - [(2\pi \times 1^2) \times 2x]$

$\geq 440\pi \times 1.5$

$440\pi + 44\pi x \geq 660\pi$

$44\pi x \geq 220\pi$

$x \geq 5$

ดังนั้น เจาะรูครั้งละ 2 รู อย่างน้อยที่สุด 5 ครั้ง

30. เนื่องจาก FL = JL จะได้ว่า IF = JK = 4 เมตร

จาก IF : AD = CF : CD

4 : AD = 2 : 3

นั่นคือ AD = 6 เมตร

และจาก JK : BC = KL : CL

4 : BC = 1 : 3

นั่นคือ BC = 12 เมตร

เนื่องจาก $\triangle JKL \sim \triangle BCL$

และอัตราส่วนความคล้ายคือ 1 : 3 จะได้ว่า

อัตราส่วนพื้นที่ของ $\triangle JKL$: พื้นที่ของ $\triangle BCL$ จึงเป็น 1 : 9

ถ้าพื้นที่ของ $\triangle JKL = s$ จะได้พื้นที่ของ $\triangle ILF = s$

และ พื้นที่ของ $\triangle BCL = 9s$

จาก AL = LC จะได้ว่า พื้นที่ของ $\triangle ABC = 18s$

นอกจากนี้อัตราส่วนความคล้ายของ $\triangle AGK$ และ $\triangle ABC$ คือ 2 : 3 จะได้ว่า

อัตราส่วนพื้นที่ของ $\triangle AGK$: พื้นที่ของ $\triangle ABC$ คือ 4 : 9 นั่นคือ พื้นที่ของ $\triangle AGK : 18s = 4 : 9$

และพื้นที่ของ $\triangle AGK = 8s$

ดังนั้น พื้นที่ของ $\square AGJL = 8s - s = 7s$

เนื่องจาก พื้นที่ของ $\triangle ILF$: พื้นที่ของ $\square AGJL$

$= s : 7s = 1 : 7$

ดังนั้น พื้นที่ปลูกดอกกุหลาบเป็น 7 เท่าของพื้นที่ปลูกดอกทิวทิป