

การประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ประจำปี 2566 (TEDET)

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ชื่อ-นามสกุล	โรงเรียน
--------------	----------

คำชี้แจง

1. ข้อสอบคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 30 ข้อ
2. กรณีที่ข้อสอบเป็นแบบมีตัวเลือก ให้ตอบหมายเลขข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว
3. กรณีที่ข้อสอบต้องคำนวณหาคำตอบ คำตอบที่ได้จะเป็นจำนวนนับที่ไม่เกิน 3 หลักเท่านั้น คือ หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย
4. เวลาในการทำข้อสอบคณิตศาสตร์ 90 นาที

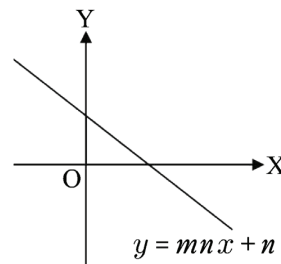
1. จงหาค่าของ $\sqrt{4} + \sqrt{16} + \sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{64}$

2. พิจารณาเงื่อนไขของปริซึมต่อไปนี้

จำนวนเส้นขอบ + จำนวนจุดยอด = 40

จงหาว่าปริซึมนี้มีทั้งหมดกี่หน้า

3. พิจารณากราฟของ $y = mn.x + n$ ต่อไปนี้



ข้อใดถูกต้อง

- ① $m > 0$ และ $n > 0$ ② $m > 0$ และ $n < 0$
 ③ $m < 0$ และ $n > 0$ ④ $m < 0$ และ $n < 0$
 ⑤ $m = 0$ และ $n > 0$

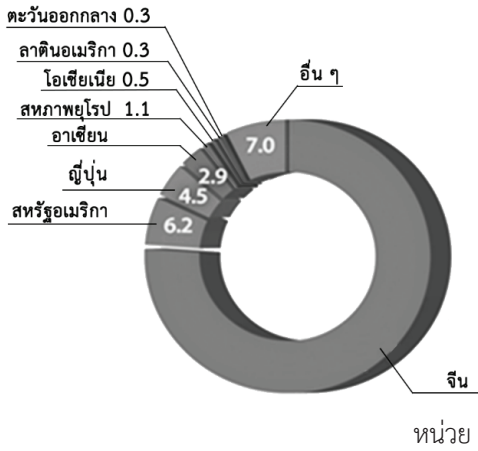
4. พิจารณาคำอธิบาย A, B และ C ต่อไปนี้

- A. $0.\dot{1}2$ เขียนในรูปของเศษส่วน ได้เป็น $\frac{11}{99}$
- B. $-\frac{50}{33} = -1.\dot{5}1\dot{5}$
- C. เมื่อเขียน $\frac{5}{333}$ ในรูปทศนิยม แล้วทศนิยมตำแหน่งที่ 35 คือ 1

ข้อใดอธิบายได้ถูกต้อง

- ① A เท่านั้น ② B เท่านั้น
 ③ C เท่านั้น ④ A และ B เท่านั้น
 ⑤ B และ C เท่านั้น

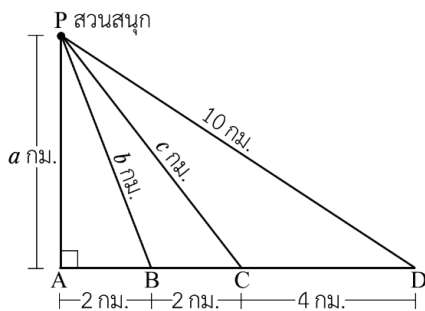
5. แผนภูมิแสดงยอดการขายผ่านช่องทางออนไลน์ ในปี ค.ศ. 2021 ของประเทศเกาหลี



เมื่อยอดขายในปี ค.ศ. 2021 รวมเป็นมูลค่า 8,500,000 ล้านบาท ข้อใดเป็นผลต่างระหว่างยอดขายกับประเทศจีน และประเทศสหรัฐอเมริกาในปี ค.ศ. 2021

- ① 6,025,000 ล้านบาท ② 6,030,000 ล้านบาท
- ③ 6,035,000 ล้านบาท ④ 6,040,000 ล้านบาท
- ⑤ 6,045,000 ล้านบาท

6. เส้นทางจากสวนสนุกไปยังบ้านของนักเรียนสี่คน ได้แก่ A, B, C และ D ที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป



เมื่อรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PAD มี $\hat{A} = 90^\circ$
 จงหาค่าของ $a^2 + b^2 - c^2$

7. งานวิจัยหนึ่งกล่าวว่า จำนวนประชากรของประเทศและผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ (GDP) สามารถนำมาใช้คาดคะเนมูลค่าของเหรียญที่ได้จากการแข่งขันโอลิมปิกได้ โดยมีสมการแสดงความสัมพันธ์ดังนี้

$$S^3 = 0.125^3 \times P \times G^2$$

เมื่อ S เป็นมูลค่าของเหรียญโดยประมาณ

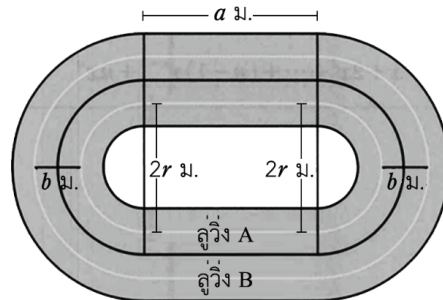
P เป็นจำนวนประชากรในหน่วยล้านคน

และ G เป็นค่า GDP ในหน่วยพันล้านดอลลาร์

ถ้าประเทศ A มีประชากร 2×10^6 คน มี GDP 3×10^{11} ดอลลาร์ และประเทศ B มีประชากร 1.28×10^8 คน มี GDP 2.4×10^{12} ดอลลาร์

จงหามูลค่าของเหรียญโดยประมาณของประเทศ B เป็นกี่เท่าของมูลค่าของเหรียญโดยประมาณของประเทศ A

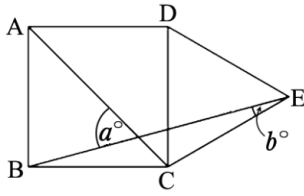
8. สนามกรีฑาแห่งหนึ่ง ลู่วิ่งส่วนที่เป็นทางตรงยาว a เมตร ความกว้างของลู่วิ่ง ลู่วิ่งละ b เมตร และลู่วิ่งส่วนที่เป็นทางโค้งเป็นครึ่งวงกลม ดังรูป



ถ้าแשר็วิ่งรอบสนามบนเส้นกลางของลู่วิ่ง A จำนวน 5 รอบ และรอบวิ่งรอบสนามบนเส้นกลางของลู่วิ่ง B จำนวน 5 รอบ ข้อใดเป็นระยะทางที่รอบวิ่งมากกว่าแשר็

- ① $10a$ เมตร ② $10b$ เมตร
- ③ $10\pi a$ เมตร ④ $10\pi b$ เมตร
- ⑤ $110\pi(a + b)$ เมตร

9. ให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสามเหลี่ยม DCE เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ดังรูป



จงหาค่าของ $a - b$

10. เมื่อ $x^3 + ax^2 + bx - 20$ หารด้วย $x^2 - 4x + 3$ ได้ผลหารคือ $x - 2$ และเศษคือ $15x - 14$ โดยที่ a และ b เป็นค่าคงตัว จงหาค่าของ $a + b$

11. พิจารณาข้อความของนักเรียน 5 คน ต่อไปนี้

A : จำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง -3 กับ 3 มี 7 จำนวน

B : รากที่สามของ $\sqrt{64}$ คือ 2

C : $\sqrt{1.44}$, $\sqrt{36} - 2$ และ $\sqrt[3]{0.001}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

D : จำนวนเต็มระหว่าง $\sqrt{3}$ กับ 2 มีมากมายนับไม่ถ้วน

E : รากที่สองที่เป็นบวกของ 0.4 คือ 0.6

จงหาว่ามีนักเรียนที่กล่าวถูกต้องทั้งหมดกี่คน

12. กำหนดให้ $A(n)$ เป็นทศนิยมตำแหน่งที่ n ของ $\frac{13}{7}$ จากข้อความต่อไปนี้

a. $A(18) = 2$

b. $A(n) = A(n+5)$ ทุกจำนวนนับ n

c. ไม่มีจำนวนนับ n ที่ $A(n)$ เท่ากับ 3

d. $A(n) + A(n+1) + A(n+2) + A(n+3) + A(n+4) + A(n+5) = 27$ ทุกจำนวนนับ n

ข้อใดเป็นข้อความที่ถูกต้อง

- ① a เท่านั้น ② a และ b เท่านั้น
 ③ b และ c เท่านั้น ④ a, c และ d เท่านั้น
 ⑤ a, b, c และ d

13. ไม่ค์ฝากเงินโดยเปิดบัญชีสองบัญชี บัญชีละ 50,000 บาท ฝากเป็นเวลา 2 ปี โดยไม่ฝากหรือถอนเพิ่มเติม

บัญชี A

- ปีที่ 1 อัตราดอกเบี้ย 1.6% ต่อปี โดยคิดจาก 'เงินต้น'
- ปีที่ 2 อัตราดอกเบี้ย 1.5% ต่อปี โดยคิดจาก 'เงินต้น + ดอกเบี้ยที่ได้รับในปีแรก'

บัญชี B

- ปีที่ 1 อัตราดอกเบี้ย 1.6% ต่อปี โดยคิดจาก 'เงินต้น'
- ปีที่ 2 อัตราดอกเบี้ย 1.6% ต่อปี โดยคิดจาก 'เงินต้น'

เมื่อผ่านไป 2 ปี ไม่ค์ปิดบัญชีทั้งสองบัญชี ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

- ① บัญชี A มียอดเงินรวมมากกว่าบัญชี B อยู่ 24 บาท
 ② บัญชี A มียอดเงินรวมมากกว่าบัญชี B อยู่ 38 บาท
 ③ บัญชี B มียอดเงินรวมมากกว่าบัญชี A อยู่ 24 บาท
 ④ บัญชี B มียอดเงินรวมมากกว่าบัญชี A อยู่ 38 บาท
 ⑤ บัญชี B มียอดเงินรวมมากกว่าบัญชี A อยู่ 42 บาท

14. ตารางแสดงจำนวนครั้งของการโยนลูกบาสเกตบอลลงห่วงเก็บแต้ม 3 คะแนน ของสมาชิกชมรมบาสเกตบอลแห่งหนึ่ง ในระยะเวลา 1 ปี

จำนวนการโยนลูกบาสเกตบอลลงห่วงเก็บแต้ม 3 คะแนน (ครั้ง)	จำนวนสมาชิก (คน)
มากกว่าหรือเท่ากับ 20 แต่น้อยกว่า 26	11
มากกว่าหรือเท่ากับ 26 แต่น้อยกว่า 32	A
มากกว่าหรือเท่ากับ 32 แต่น้อยกว่า 38	22
มากกว่าหรือเท่ากับ 38 แต่น้อยกว่า 44	B
รวม	60

จากตารางข้างต้น ถ้าแบ่งช่วงของจำนวนครั้งการโยนลูกบาสเกตบอลลงห่วงเก็บแต้ม 3 คะแนน ใหม่เป็นดังนี้

จำนวนการโยนลูกบาสเกตบอลลงห่วงเก็บแต้ม 3 คะแนน (ครั้ง)	จำนวนสมาชิก (คน)
มากกว่าหรือเท่ากับ 20 แต่น้อยกว่า 24	C
มากกว่าหรือเท่ากับ 24 แต่น้อยกว่า 28	14
มากกว่าหรือเท่ากับ 28 แต่น้อยกว่า 32	12
มากกว่าหรือเท่ากับ 32 แต่น้อยกว่า 36	16
มากกว่าหรือเท่ากับ 36 แต่น้อยกว่า 40	11
มากกว่าหรือเท่ากับ 40 แต่น้อยกว่า 44	D
รวม	60

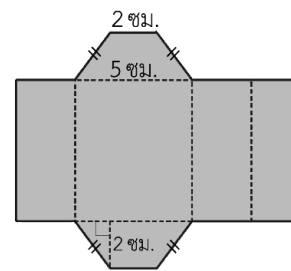
เมื่อมีสมาชิกที่โยนลูกบาสเกตบอลลงห่วงเก็บแต้ม 3 คะแนน ได้น้อยกว่า 28 ครั้ง คิดเป็น 30% ของจำนวนสมาชิกทั้งหมด
จงหาว่าสมาชิกที่โยนลูกบาสเกตบอลลงห่วงเก็บแต้ม 3 คะแนน ได้มากกว่าหรือเท่ากับ 38 ครั้ง แต่น้อยกว่า 40 ครั้ง มีจำนวนกี่คน

15. ในการแข่งขันยิมนาสติก กรรมการแต่ละคนจะให้คะแนนแก่ผู้เข้าแข่งขัน หลังจากนั้นจะตัดคะแนนสูงสุดกับคะแนนต่ำสุดออก แล้วรวมคะแนนที่เหลือ ได้เป็นคะแนนสุดท้ายของผู้เข้าแข่งขัน
ถ้าคะแนนที่ชูซานได้รับจากกรรมการแต่ละคนเป็นดังนี้

กรรมการ	คะแนน
กรรมการคนที่ 1	8.32
กรรมการคนที่ 2	A
กรรมการคนที่ 3	7.98
กรรมการคนที่ 4	8.54
กรรมการคนที่ 5	9.20
กรรมการคนที่ 6	8.89

เมื่อคะแนนสุดท้ายของชูซานเป็น 34.87 คะแนน
จงหาค่าของ $100 \times A$

16. รูปคลี่ของปริซึมที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูต่อไปนี้ มีพื้นที่ 86 ตารางเซนติเมตร



จงหาว่าปริซึมสี่เหลี่ยมนี้มีความสูงกี่เซนติเมตร

17. เคท มิน และแจ๊ค แบ่งลูกแก้วจำนวนหนึ่ง โดยมีขั้นตอนการแบ่ง ดังนี้

- เคทได้ลูกแก้วมากกว่า 25% ของลูกแก้วทั้งหมดอยู่ 3 ลูก
- มินได้ลูกแก้วน้อยกว่า 50% ของลูกแก้วที่เหลือจากที่แบ่งให้เคทแล้วอยู่ 1 ลูก
- แจ๊คได้ลูกแก้วมากกว่า $\frac{1}{2}$ ของลูกแก้วที่เหลือจากที่แบ่งให้มินแล้วอยู่ 1 ลูก
- เมื่อแบ่งเสร็จแล้ว เหลือลูกแก้วอยู่ 10 ลูก

จงหาว่ามีจำนวนลูกแก้วทั้งหมดกี่ลูก

18. เซลล์ของสิ่งมีชีวิตชนิดหนึ่ง หลังจากผ่านไปหนึ่งวันจะตายไป 50% ของทั้งหมด และเซลล์ที่เหลือจะแบ่งตัวเพิ่มปริมาณเป็น 3 เท่าของเซลล์ที่เหลือ
ถ้าเริ่มต้นมีเซลล์จำนวน 2,560 ตัว และหลังจากผ่านไป 7 วัน มีเซลล์จำนวน $2^x \times 3^y \times 5$ ตัว เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็ม จงหาค่าของ $y - x$

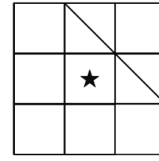
19. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 ที่

ทำให้ $\sqrt{\frac{2^{a+1} \times 5^b}{4}}$ เป็นจำนวนนับ

ถ้า $\sqrt[3]{\frac{5^b}{2^{a-1}}}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

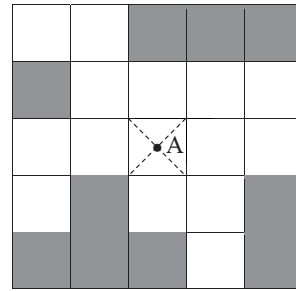
จงหาค่าที่น้อยที่สุดของ $a + b$

20. พิจารณารูปต่อไปนี้



จงหาว่าจำนวนของรูปสี่เหลี่ยมขนาดต่าง ๆ ที่มี ★ อยู่ด้วย มีทั้งหมดกี่รูป

21. แบ่งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสออกเป็น 25 ช่อง เท่า ๆ กัน และแรเงาบางส่วน ดังรูป



ถ้าแรเงาเพิ่มอีก 4 ช่อง เพื่อให้รูปที่หมุนไป 180° เหมือนรูปเดิมที่แรเงาเพิ่ม โดยมีจุด A เป็นจุดหมุน จงหาว่าสามารถแรเงาได้ทั้งหมดกี่แบบ

22. ให้ A และ B เป็นจำนวนนับที่แตกต่างกัน

จากประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้

$$\langle x \rangle = x^A, \quad \|x\| = x^B, \quad \|\langle x \rangle\| = x^{12},$$

$$\langle x \rangle \times \|x\| = x^7, \quad \langle x \rangle \div \|x\| = x$$

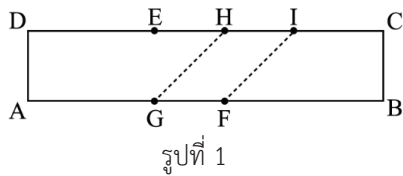
$$\text{ข้อใดเป็นค่าของ } \|6xy^2\| \times \langle x^2 \|y\| \rangle \div \langle -3xy \rangle$$

ในรูปอย่างง่าย

① $-2x^6y^{15}$ ② $-8x^8y^{15}$ ③ $2x^8y^{15}$

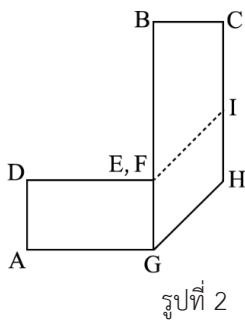
④ $4x^8y^{15}$ ⑤ $8x^8y^{18}$

23. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD ยาว 5 หน่วย กว้าง 1 หน่วย และ $GF = HI = 1$ ดังรูปที่ 1

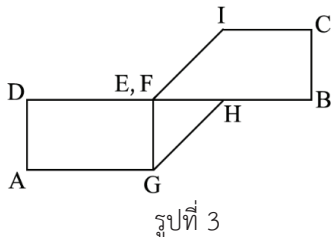


พับกระดาษดังกล่าว 2 ครั้ง ต่อเนื่องกัน ดังต่อไปนี้

- 1) พับตามแนว \overline{GH} ให้จุด F ทับจุด E ดังรูปที่ 2



- 2) พับตามแนว \overline{FI} ให้ \overline{DF} และ \overline{FB} ต่อกันเป็นแนวเส้นตรง ดังรูปที่ 3



จงหาค่าของ AC^2 จากรูปที่ 3

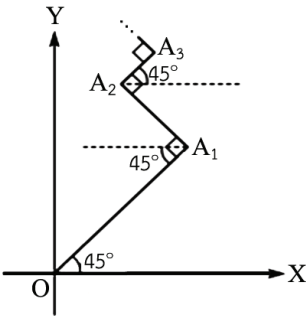
24. สร้างรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยการต่อลูกบาศก์ไม้ที่มีความยาวเส้นขอบ 2 เซนติเมตร จากภาพที่มองเห็นทางด้านบน ด้านหน้า และด้านข้างทางขวาต่อไปนี้



ผลบวกของพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติที่สร้างได้ กรณีใช้ลูกบาศก์ไม้มากที่สุดและกรณีที่ใช้ลูกบาศก์ไม้ น้อยที่สุดเท่ากับกี่ตารางเซนติเมตร

25. บนระนาบพิกัดฉาก

- ลาก $\overline{OA_1}$ ทำมุม 45° กับแกน X
- ลาก $\overline{A_2A_1}$ ตั้งฉากกับ $\overline{OA_1}$
- ลาก $\overline{A_3A_2}$ ตั้งฉากกับ $\overline{A_2A_1}$



กำหนดให้ $OA_1 = \sqrt{2}$ หน่วย

$$OA_1 = 2(A_1A_2)$$

$$A_1A_2 = 2(A_2A_3)$$

⋮

$$A_nA_{n+1} = 2(A_{n+1}A_{n+2})$$

ถ้าพิกัดของ $A_{10} = (x_{10}, y_{10})$ ข้อใดเป็นค่าของ y_{10}

- ① $\frac{1}{2^9}$ ② $2 + \frac{1}{2^9}$ ③ $2 + \frac{1}{2^{10}}$
 ④ $2 - \frac{1}{2^9}$ ⑤ $2 - \frac{1}{2^{10}}$

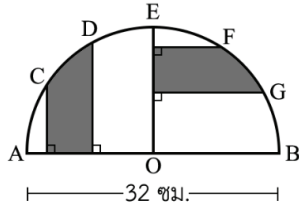
26. สายลับส่งข้อความลับที่ระบุแหล่งกบดานของคนร้ายไปยัง สถานีตำรวจดังต่อไปนี้

- ตำแหน่งของสถานีตำรวจเป็น $(0, 2)$
- ตำแหน่งของฉันทันเป็น $(-1, 1)$
- ตำแหน่งของคนร้ายเป็น (x, y) ที่ทำให้ $\sqrt{x^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$ มีค่าน้อยที่สุด

ข้อใดเป็นระยะทางที่คนร้ายอยู่ไกลจากสถานีตำรวจมากที่สุด

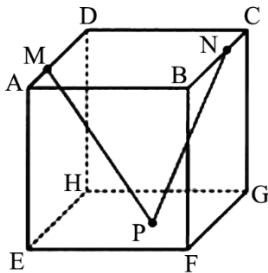
- ① $\sqrt{2}$ หน่วย ② $\sqrt{3}$ หน่วย
 ③ 2 หน่วย ④ $2\sqrt{2}$ หน่วย
 ⑤ $2\sqrt{3}$ หน่วย

27. ครึ่งวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง AB ยาว 32 เซนติเมตร เมื่อแบ่งส่วนโค้ง AB ออกเป็น 6 ส่วนเท่า ๆ กัน ที่จุด C, D, E, F และ G แล้วลากเส้นจากจุด C และ D มาตั้งฉากกับ \overline{AB} จากนั้นลากเส้นจากจุด F และ G มาตั้งฉากกับ \overline{EO} ดังรูป



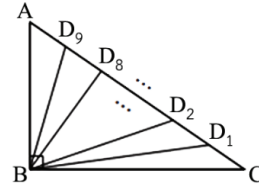
ถ้าพื้นที่ของส่วนที่แรเงาเท่ากับ $k\pi$ ตารางเซนติเมตร จงหาค่าของ $3 \times k$

28. พิจารณาลูกบาศก์ที่มีความยาวของเส้นขอบยาวเส้นละ 18 หน่วย ให้จุด M อยู่บนด้าน AD โดยที่ $AM = \frac{1}{3} AD$ และจุด N อยู่บนด้าน BC โดยที่ $BN = \frac{2}{3} BC$ ดังรูป



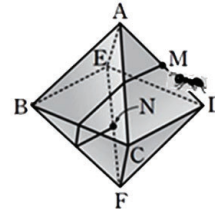
ให้ P เป็นจุดบนฐานสี่เหลี่ยม $GHEF$ ที่ทำให้ $MP + NP$ มีค่าน้อยที่สุด
 จงหาจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงกับค่า $MP + NP$ มากที่สุด

29. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มี $\hat{B} = 90^\circ$ และด้าน AC ยาว 1 หน่วย กำหนดให้ $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$ เป็นจุดที่แบ่ง \overline{AC} ออกเป็น 10 ส่วนเท่า ๆ กัน ตามลำดับ ดังรูป



เมื่อ $BD_1^2 + BD_2^2 + BD_3^2 + \dots + BD_9^2 = k$
 จงหาค่าของ $100 \times k$

30. มีทรงแปดหน้าที่มีความยาวของเส้นขอบแต่ละเส้นเป็น a เซนติเมตร เมื่อ M และ N เป็นจุดกึ่งกลางของเส้นขอบ AD และเส้นขอบ EF ตามลำดับ ดังรูป



เมื่อมดตัวหนึ่งเคลื่อนที่ไปกลับด้วยระยะทางที่สั้นที่สุด โดยออกเดินทางจากจุด M ไปตามหน้าของทรงแปดหน้า ผ่านจุดที่อยู่บนเส้นขอบ AC, BC และ BF ไปถึงจุด N แล้วเดินกลับในเส้นทางเดิม
 ถ้ามดเคลื่อนที่ 2 เซนติเมตรต่อวินาที และหลังจากผ่านไป 45 วินาที เคลื่อนที่ไปถึงเส้นขอบ BC เป็นครั้งที่สาม
 จงหาค่าของจำนวนนับ a