

โครงการประเมินและพัฒนาสู่ความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ Thailand Educational Development and Evaluation Tests

เฉลยแบบทดสอบ ประจำปี 2568

วิชาคณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	5	16	10
2	3	17	57
3	140	18	213
4	17	19	2
5	82	20	30
6	5	21	169
7	3	22	58
8	25	23	17
9	10	24	20
10	120	25	163
11	3	26	22
12	3	27	30
13	400	28	9
14	6	29	7
15	3	30	7

คำอธิบาย

- เพื่อให้เครื่องบินจำลองและลูกบอลจำลองสมดุลกัน
จะได้ว่าเครื่องบินจำลองจะต้องหนักเป็น 4 เท่าของ
ลูกบอลจำลอง
นั่นคือ ถ้าน้ำหนักของลูกบอลจำลองเป็น 1 หน่วย
น้ำหนักของเครื่องบินจำลองจะเป็น 4 หน่วย
เนื่องจากน้ำหนักที่แขวนอยู่ด้านซ้ายของโมบาย
เท่ากับ $1 + 4 = 5$ หน่วย
จะได้ว่า น้ำหนักของเรือจำลองที่อยู่ด้านขวาของ
โมบายเท่ากับ 5 หน่วย เช่นกัน
ดังนั้น เรือจำลองจึงหนักเป็น 5 เท่าของลูกบอลจำลอง

- เนื่องจาก $(a^2 + 1, a)$ เป็นจุดบนเส้นตรง

$$3x - ay = 21 \text{ จะได้ว่า}$$

$$3(a^2 + 1) - a \times a = 21$$

$$2a^2 + 3 = 21$$

$$a^2 = 9$$

- เมื่อ $a = 3$

$$\text{สมการเส้นตรงคือ } 3x - 3y = 21$$

$$y = x - 7$$

ซึ่งไม่ผ่านจุดภาคที่ 2

- เมื่อ $a = -3$

$$\text{สมการเส้นตรงคือ } 3x + 3y = 21$$

$$y = -x + 7$$

ซึ่งผ่านจุดภาคที่ 2

ดังนั้น ค่าของ a คือ 3

- กิจกรรม B, C และ D จะต้องทำหลังจากกิจกรรม A
และต้องเสร็จสิ้นก่อนที่กิจกรรม E จะเริ่มขึ้น แต่
กิจกรรม B, C และ D สามารถทำกิจกรรมพร้อมกันได้
จะได้ว่า หลังจากกิจกรรม A เสร็จสิ้น ระหว่างกิจกรรม
B, C และ D พบว่ากิจกรรม C จะใช้เวลานานที่สุด
นั่นคือ เมื่อกิจกรรม C เสร็จสิ้น กิจกรรม B และ D ก็
จะเสร็จสิ้นแล้วด้วย

จากนั้น สามารถทำกิจกรรม E ได้ทันที

ดังนั้น ลูกเสือทุกคนทำกิจกรรม F เสร็จสิ้น ต้องใช้
ระยะเวลาอย่างน้อยที่สุด คือ ระยะเวลาทำกิจกรรม

$$A + C \text{ (B และ D ทำพร้อมกัน)} + E + F$$

ดังนั้น ระยะเวลาอย่างน้อยที่สุดคือ

$$10 + 40 + 30 + 60 = 140 \text{ นาที}$$

- เนื่องจาก $1.0\dot{5} = \frac{105-10}{90} = \frac{95}{90} = \frac{19}{18}$

$$\text{และ } 0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{จะได้ว่า } \sqrt{\frac{n}{m}} \times 1.0\dot{5} = 0.\dot{3}$$

$$\sqrt{\frac{n}{m}} \times \frac{19}{18} = \frac{1}{3}$$

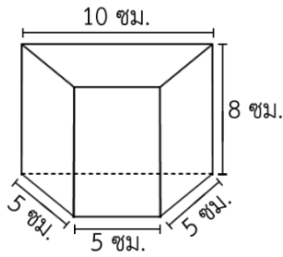
$$\frac{n}{m} \times \frac{19}{18} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{n}{m} = \frac{2}{19}$$

นั่นคือ $m = 19$ และ $n = 2$

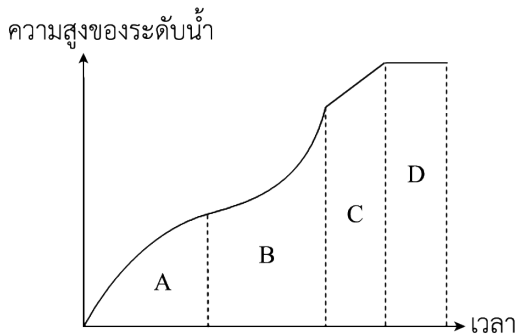
$$\text{ดังนั้น } m - n = 17$$

5. รูปเรขาคณิตสามมิติที่สร้างจากรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นดังนี้



ดังนั้น ผลบวกของความยาวเส้นขอบทั้งหมดเท่ากับ
 $2 \times (10 + 5 + 5 + 5) + (4 \times 8) = 82$ เซนติเมตร

6. เมื่อแบ่งกราฟออกเป็น 4 ส่วน ดังนี้



คาดคะเนหน้าตัดของแจกันได้จากระดับน้ำ จาก
 ส่วน A ความสูงของระดับน้ำค่อย ๆ เพิ่มขึ้น
 ส่วน B ความสูงของระดับน้ำเพิ่มขึ้นเร็ว และ
 ส่วน C ความสูงของระดับน้ำเพิ่มขึ้นคงที่ แล้วไม่
 เปลี่ยนแปลง

ส่วน D ซึ่งเป็นส่วนที่ไม่มีการเติมน้ำหรือเติมจนล้น
 จึงไม่มีการเปลี่ยนแปลงความสูงของน้ำ

จะได้ว่า หน้าตัดของแจกัน (ผิวน้ำ) มีผลต่อระดับ
 ความสูงของน้ำที่เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วหรือช้าลง

② หน้าตัดของแจกันแทบจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง
 กราฟที่ได้ควรเป็นกราฟเส้นตรง และคงที่ที่สุด ๆ หนึ่ง
 ①, ③ และ ④ มีส่วนที่หน้าตัดของแจกัน
 เปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหัน

ดังนั้น แจกันที่สอดคล้องกับกราฟ คือ ⑤

7. ร้อยละของจำนวนนักเรียนชั้น ม.6 ที่เข้าศึกษาต่อ
 ในระดับมหาวิทยาลัยของแต่ละโรงเรียน
 โรงเรียน A คือ $60 \div 150 \times 100 = 40\%$
 โรงเรียน B คือ $68 \div 272 \times 100 = 25\%$
 โรงเรียน C คือ $30 \div 96 \times 100 = 31.25\%$
 โรงเรียน D คือ $14 \div 280 \times 100 = 5\%$
 โรงเรียน E คือ $63 \div 120 \times 100 = 52.5\%$
 ดังนั้น โรงเรียนที่แสดงข้อมูลกราฟไม่ถูกต้องคือ ③
 โรงเรียน C

8. เนื่องจากแบ่งข้าวสารให้ $A < B < C < D < E$
 โดยแบ่งให้แต่ละคนมากกว่าในปริมาณที่คงที่ คือ
 x กิโลกรัม

จะได้ว่า ปริมาณข้าวสารที่แบ่งคือ

$$A = a, \quad B = a + x, \quad C = a + 2x,$$

$$D = a + 3x, \quad E = a + 4x$$

$$\text{จาก } 5a + 10x = 100$$

$$\text{และ } (2a + x) \times \frac{1}{2} = (3a + 9x) \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$3(2a + x) = 3a + 9x$$

$$6a + 3x = 3a + 9x$$

$$3a = 6x$$

$$a = 2x$$

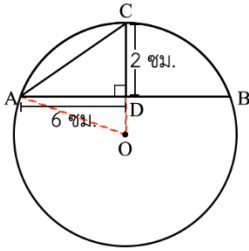
$$\text{เมื่อแทน } a = 2x \text{ ลงในสมการ } 5a + 10x = 100$$

$$\text{จะได้ } 10x + 10x = 100$$

$$\text{นั่นคือ } x = 5 \text{ และ } a = 10$$

ฉะนั้น แบ่งข้าวสารให้ A, B, C, D และ E คือ
 10, 15, 20, 25 และ 30 กิโลกรัม ตามลำดับ
 ดังนั้น D ได้รับข้าวสาร 25 กิโลกรัม

9. ถ้าให้ความยาวรัศมีของวงกลมเป็น r เซนติเมตร และจุดศูนย์กลางของวงกลมคือ O



จะได้ว่า $\triangle OAD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{นั่นคือ } r^2 = (r-2)^2 + 6^2$$

$$r^2 = r^2 - 4r + 4 + 36$$

$$4r = 40$$

$$r = 10$$

ดังนั้น รัศมีของวงกลมนี้นี้เท่ากับ 10 เซนติเมตร

10. พิจารณา $\triangle ABE$ และ $\triangle BCD$

เนื่องจาก $\angle BAC = \angle ABC = 60^\circ$ $AB = BC$ และ

$$AE = BD$$

จะได้ว่า $\triangle ABE \equiv \triangle BCD$ (แบบด้าน มุม ด้าน)

$$\text{นั่นคือ } \angle ABE = \angle BCD$$

$$\angle FBC = 60 - \angle ABE$$

$$\angle EFC = \angle FBC + \angle FCB$$

$$= \angle FBC + \angle BCD$$

$$= 60 - \angle ABE + \angle ABE$$

$$= 60^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \angle DFE = 180 - \angle EFC = 180 - 60 = 120^\circ$$

11. หากต้องการขึ้นเครื่องบินที่ออกเดินทางเวลา 11.00 นาฬิกา ต้องมาถึงสถานีสุวรรณภูมิก่อนเวลาอย่างน้อย 3 ชั่วโมง คือ 08.00 นาฬิกา จากสถานีพญาไทไปยังสถานีสุวรรณภูมิใช้เวลา 30 นาที นั่นคือ ต้องขึ้นรถไฟฟ้าก่อนเวลา 07.30 นาฬิกา และสามารถขึ้นรถไฟฟ้าที่เล่นปกติได้ช้าที่สุดเวลา 07.30 นาฬิกา แต่เที่ยวถัดไปคือ 07.43 นาฬิกา เป็นรถไฟฟ้าที่เล่นตรงไปยังสถานีสุวรรณภูมิ ซึ่งใช้เวลาเดินทางเพียงครึ่งหนึ่งของเวลาเดิม นั่นคือ หากขึ้นรถไฟฟ้าเที่ยว 07.43 นาฬิกา ก็จะถึงสถานีสุวรรณภูมิในเวลา 07.58 นาฬิกา ดังนั้น เวลาที่ต้องนั่งรถไฟฟ้าจากสถานีพญาไทอย่างช้าที่สุดคือ 07.43 นาฬิกา

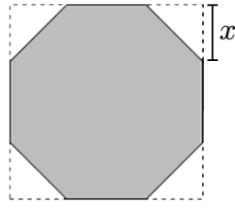
12. เนื่องจาก $\sqrt{37} = 6$ และ $< 6 > = \sqrt{6} - 2$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \frac{\sqrt{216}}{\sqrt{37} + 2 < 6 >} &= \frac{6\sqrt{6}}{6 + 2(\sqrt{6} - 2)} \\ &= \frac{3\sqrt{6}}{1 + \sqrt{6}} \\ &= \frac{3\sqrt{6}(1 - \sqrt{6})}{(1 + \sqrt{6})(1 - \sqrt{6})} \\ &= \frac{3\sqrt{6} - 18}{-5} \end{aligned}$$

$$\text{นั่นคือ } a = \frac{18}{5} \text{ และ } b = -\frac{3}{5}$$

$$\text{ดังนั้น } a + b = \frac{18}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) = 3$$

13. จากการตัดมุมออกมาเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่วจนได้รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า ดังรูป



ถ้าให้ด้านประกอบมุมฉากของมุมที่ตัดเป็น x เซนติเมตร

เนื่องจากความยาวแต่ละด้านของรูปแปดเหลี่ยมเท่ากัน จะได้ว่า $10 - 2x = \sqrt{2}x$

$$x = \frac{10}{2 + \sqrt{2}} = 10 - 5\sqrt{2}$$

จากพื้นที่รูปสามเหลี่ยมของมุมที่ตัดออกไปคิดเป็นสองเท่าของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้าน x หน่วย

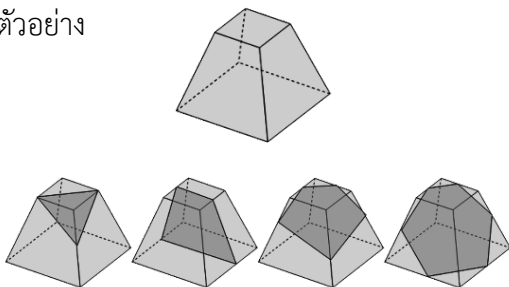
นั่นคือ พื้นที่ของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่า

$$\begin{aligned} &= 10^2 - (10 - 5\sqrt{2})^2 \times 2 \\ &= 100 - (100 - 100\sqrt{2} + 50) \times 2 \\ &= 200\sqrt{2} - 200 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

นั่นคือ $a = 200$ และ $b = -200$

ดังนั้น $a - b = 400$

14. หน้าตัดของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมยอดตัดที่ตัดด้วยระนาบสามารถเป็นรูปหลายเหลี่ยมได้ดังนี้ ตัวอย่าง



เมื่อระนาบผ่านหน้าของรูปเรขาคณิตสามมิติเนื่องจากมีหนึ่งด้านที่ถูกกำหนดและหน้าของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมยอดตัดมี 6 หน้า

ดังนั้น n ไม่สามารถมากกว่าหรือเท่ากับ 7 ได้ ฉะนั้น ค่าของ n ที่มากที่สุดคือ 6

15. เมื่อผสมชาเย็นจากขวดที่ 1 ปริมาณ x มิลลิลิตร และชาเย็นจากขวดที่ 2 ปริมาณ y มิลลิลิตร ได้ว่า อัตราส่วนของนมต่อชาดำ คือ

$$(0.3x + 0.2y) : (0.7x + 0.8y) = 2 : 5$$

$$\text{จะได้ } 2 \times (0.7x + 0.8y) = 5 \times (0.3x + 0.2y)$$

$$1.4x + 1.6y = 1.5x + y$$

$$0.1x = 0.6y$$

$$x = 6y$$

เนื่องจาก $x \leq 1,200$

ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้คือ $x = 1,200$

$$\text{และ } y = \frac{1}{6}x = \frac{1}{6} \times 1,200 = 200$$

ดังนั้น ค่าของ $x + y$ ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้คือ

$$1,200 + 200 = 1,400$$

16. ให้ a แทนความยาวของเสา A

และ b แทนความยาวของเสา B

ในช่วงน้ำลง ความยาวของเสาทั้งสองต้นที่จมอยู่ใต้ระดับน้ำทะเลเท่ากัน

$$\text{จะได้ว่า } a \times \frac{2}{7} = b \times \frac{2}{5} \text{ นั่นคือ } a : b = 7 : 5$$

เนื่องจากความยาวของเสาสองต้นต่างกัน 20 เมตร

จะได้ เสา B ยาว 50 เมตร

และ เสา A ยาว 70 เมตร

ในช่วงน้ำขึ้น $\frac{3}{7}$ ของเสา A ปรากฏเหนือระดับ

น้ำทะเล นั่นคือ ความยาวของเสา A ที่จมอยู่ใต้ระดับน้ำทะเลคือ 40 เมตร

และจากส่วนที่จมอยู่ใต้ระดับน้ำทะเลของเสาทั้งสองต้นเท่ากัน ความยาวของเสา B ที่จมอยู่ใต้ระดับน้ำทะเลคือ 40 เมตร

ดังนั้น ความยาวของเสา B ส่วนที่ปรากฏเหนือระดับน้ำทะเลในช่วงน้ำขึ้นเท่ากับ 10 เมตร

17. ระยะทางที่ปั่นจักรยานใน 6 นาที คือ

$12 \times \frac{6}{60} = 1.2$ กิโลเมตร ซึ่งเป็นระยะทางที่รถตู้แล่นใน 2 นาที (32 นาที ก่อนรถตู้จะออกจากสถานีรถไฟฟ้า)

เนื่องจากระยะทางจากห้างสรรพสินค้าไปยังสถานีรถไฟฟ้าเป็นระยะทางที่รถตู้ใช้เวลาเดินทาง 20 นาที จะได้ว่าระยะเวลาก่อนปั่นจักรยานจากสถานีรถไฟฟ้าไปยังห้างสรรพสินค้าคือ 60 นาที

นั่นคือ อัตราส่วนของความเร็วของการปั่นจักรยานต่อความเร็วรถตู้เป็น 1 : 3

ฉะนั้น ความเร็วของรถตู้คือ 36 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

เมื่อพบกันหลังจากออกเดินทางไปได้ x นาที ระยะทางที่ปั่นจักรยานได้ใน x นาที จะเท่ากับ ระยะทางที่รถตู้แล่นได้ใน $x - 38$ นาที

$$\text{นั่นคือ } 12 \times \frac{x}{60} = 36 \times \frac{x-38}{60}$$

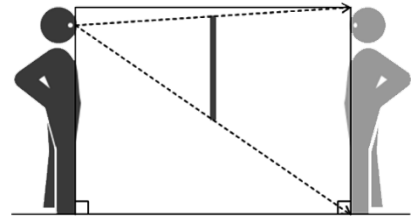
$$12x = 36x - 1,368$$

$$24x = 1,368$$

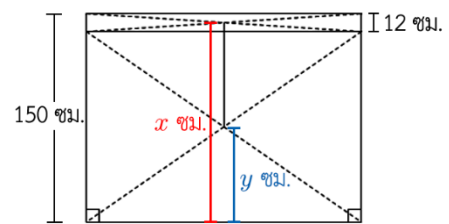
$$x = 57$$

ดังนั้น ดาวจะพบกับรถตู้เป็นครั้งที่สอง หลังปั่นจักรยานออกจากสถานีรถไฟฟ้าไปแล้ว 57 นาที

18. ออสตินและภาพสะท้อนในกระจกเงาราบมีความสูงเท่ากัน และยืนตั้งฉากกับพื้น สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยให้ความสูงของออสตินกับภาพสะท้อนเป็นด้านตรงข้ามกัน



เมื่อแบ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ออกเป็นสองส่วนโดยใช้แนวระดับดวงตาของออสติน จะได้ว่าเส้นทแยงมุมแต่ละเส้นจะแสดงขอบเขตการมองเห็นของออสติน ดังรูป



เนื่องจากออสตินและภาพสะท้อนในกระจกเงาราบอยู่ห่างจากกระจกในระยะเท่ากัน และเส้นทแยงมุมทั้งสองของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

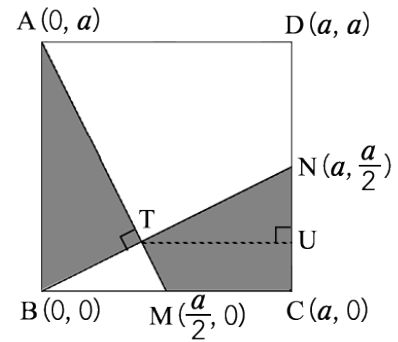
จะได้ว่า $x = 150 - (12 \div 2) = 144$ เซนติเมตร

และ $y = (150 - 12) \div 2 = 69$ เซนติเมตร

ดังนั้น $x + y = 213$

19. เนื่องจากค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบของนักเรียนที่
เข้าสอบ 16 คน คือ
- $$\{(60 \times 3) + (70 \times 6) + (80 \times 4) + (90 \times 3) + (6 + 8 + 9) + (2 + 3 + 4 + 4) + (2 + 5 + 6) + (1 + 2 + 6)\} \div 16$$
- $$= 78 \text{ คะแนน}$$
- ถ้าค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบทั้งหมดเท่าเดิม จะได้ว่า
คะแนนของนักเรียนทั้งสามคน รวมกันเท่ากับ
- $$78 \times 3 = 234 \text{ คะแนน}$$
- แต่จากค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบทั้งหมดลดลง
1 คะแนน (77 คะแนน) ซึ่งเท่ากับผลบวกคะแนน
สอบของนักเรียนทั้งหมดลดลง 19 คะแนน
นั่นคือ ผลบวกของคะแนนทั้งสามคนนี้เท่ากับ
- $$234 - 19 = 215 \text{ คะแนน}$$
- เนื่องจากทั้งสามคน มีคะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ
70 คะแนน จะได้ว่ากรณีคะแนนทั้งสามคนที่เป็น
ไปได้คือ (70, 70, 75), (70, 71, 74), (70, 72, 73),
(71, 71, 73), (71, 72, 72)
- เมื่อเรียงคะแนนจากมากไปน้อย คะแนนมัธยฐาน
ของนักเรียน 19 คน คือ นักเรียนคนที่ได้คะแนนมาก
เป็นอันดับที่ 10
- เนื่องจาก 80 คะแนน คือ นักเรียนที่ได้คะแนนมาก
เป็นอันดับที่ 7 จะได้ว่า
- คะแนนมัธยฐานในแต่ละกรณี คือ 74 คะแนน, 74
คะแนน, 73 คะแนน, 73 คะแนน และ 73 คะแนน
ตามลำดับ
- ดังนั้น มีคะแนนที่เป็นค่ามัธยฐานของนักเรียนทั้งหมด
ที่เป็นไปได้ 2 ค่า คือ 73 คะแนน และ 74 คะแนน

20.



ตั้งระบบแกนพิกัด โดยให้ $B(0, 0)$ เป็นจุดกำเนิด
จุดยอดที่เหลือของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABCD$ อยู่ที่
 $A(0, a)$ $C(a, 0)$ $D(a, a)$

ดังนั้น พิกัดของจุดกึ่งกลางด้าน BC คือ $M(\frac{a}{2}, 0)$

พิกัดของจุดกึ่งกลางด้าน CD คือ $N(a, \frac{a}{2})$

สมการของเส้นตรง AM คือ $y = -2x + a$

สมการของเส้นตรง BN คือ $y = \frac{1}{2}x$

จุดตัด T ของเส้นตรง AM กับเส้นตรง BN คือ

$$T(\frac{2a}{5}, \frac{a}{5})$$

$$\text{พื้นที่ } \triangle ABT = \frac{1}{2} \times a \times \frac{2a}{5} = \frac{a^2}{5}$$

$$\text{พื้นที่ } \triangle NTU = \frac{1}{2} \times (a - \frac{2a}{5}) \times (\frac{a}{2} - \frac{a}{5}) = \frac{9a^2}{100}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ } \square MTUC &= \frac{1}{2} \times (\frac{a}{2} + (a - \frac{2a}{5})) \times \frac{a}{5} \\ &= \frac{11a^2}{100} \end{aligned}$$

จากพื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับ 12 ตารางหน่วย จะได้

$$\frac{a^2}{5} + \frac{9a^2}{100} + \frac{11a^2}{100} = 12$$

$$\frac{40a^2}{100} = 12$$

$$a^2 = 30$$

ดังนั้น พื้นที่ $\square ABCD = a^2 = 30$ ตารางหน่วย

21. เนื่องจากอัตราส่วนความยาวของสองด้านที่เป็นด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือ $2 : 3$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉากทั้งหมดเป็นรูปสามเหลี่ยมคล้าย
- ถ้าความยาวหนึ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดใหญ่สุด คือ $5a$ หน่วย
- ความยาวหนึ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดใหญ่อันดับสอง คือ $\sqrt{4a^2 + 9a^2} = a\sqrt{13}$ หน่วย
- นั่นคือ ความยาวหนึ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดใหญ่อันดับสองเป็น $\frac{\sqrt{13}}{5}$ เท่าของความยาวหนึ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดใหญ่ก่อนหน้า
- ฉะนั้นความยาวหนึ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเล็กที่สุด คือ
- $$\frac{\sqrt{13}}{5} \times \frac{\sqrt{13}}{5} \times \frac{\sqrt{13}}{5} \times \frac{\sqrt{13}}{5} = \frac{13^2}{5^4} \text{ เท่าของความยาวหนึ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดใหญ่ที่สุด}$$
- ดังนั้น $a = 169$

22. วินาทีที่พิกัดของหุ่นยนต์อยู่บนแกน X เมื่อ x เป็นจำนวนคี่

พิกัด	(1, 0)	(3, 0)	(5, 0)	...	(a, 0)
วินาทีที่	1	9	25	...	a^2

วินาทีที่พิกัดของหุ่นยนต์อยู่บนแกน Y เมื่อ y เป็นจำนวนคู่

พิกัด	(0, 2)	(0, 4)	(0, 6)	...	(0, b)
วินาทีที่	4	16	36	...	b^2

จำนวนกำลังสองที่ใกล้เคียงกับ 1,200 มากที่สุดคือ $35^2 = 1,225$

เนื่องจาก 35 เป็นจำนวนคี่ ตำแหน่งของหุ่นยนต์หลังจากผ่านไป 1,225 วินาที คือ (35, 0)

เนื่องจาก 25 วินาทีก่อนหน้านี้ คือ 1,200 วินาทีจะได้ว่า ตำแหน่งของหุ่นยนต์หลังจากผ่านไป 1,200 วินาที คือ (34, 24)

นั่นคือ $a = 34$ และ $b = 24$

ดังนั้น $a + b = 34 + 24 = 58$

23. จากคำพูดของนักข่าว สรุปได้ดังนี้

N1: A□□H หรือ H□□A

N2: C เข้าเส้นชัยก่อน B

C เข้าเส้นชัยก่อน E

N3: G ติด 1 ใน 3 อันดับแรก

G เข้าเส้นชัยก่อน A

G เข้าเส้นชัยก่อน F

A และ F ไม่ติด 3 อันดับแรก

N4: B เข้าเส้นชัยก่อน H

N5: GA และ FD

จาก N3 และ N5 จะได้ว่า G เข้าเส้นชัยเป็นอันดับที่ 3 และ A เข้าเส้นชัยเป็นอันดับที่ 4

จาก N1 และ N4 จะได้ว่า H ไม่สามารถเข้าเส้นชัยเป็นอันดับที่ 1 ได้

นั่นคือ □□GA□□H□

H จึงเข้าเส้นชัยเป็นอันดับที่ 7

จาก N3 และ N5 ที่ว่า F ไม่ติด 1 ใน 3 อันดับแรก

และ D เข้าเส้นชัยต่อจาก F

จะได้ □□GAFDH□

จาก N2 และ N4 จะได้ C เข้าเส้นชัยเป็นอันดับที่ 1

และ B เข้าเส้นชัยเป็นอันดับที่ 2 และที่เหลือ E

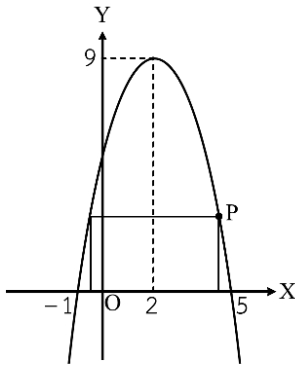
เข้าเส้นชัยเป็นอันดับที่ 8

CBGAFDHE

ดังนั้น ผลรวมของจำนวนแสดงอันดับที่ของนักกีฬา B

นักกีฬา E และนักกีฬา H เท่ากับ $2 + 8 + 7 = 17$

24.



ความยาวรอบรูปมากที่สุด เกิดเมื่อมีจุดยอด 2 จุด

บนกราฟของ $y = -x^2 + 4x + 5$

กำหนดจุด P บนกราฟของ $y = -x^2 + 4x + 5$

จะได้ว่าพิกัดของ $P(t, -t^2 + 4t + 5)$

ความยาวเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

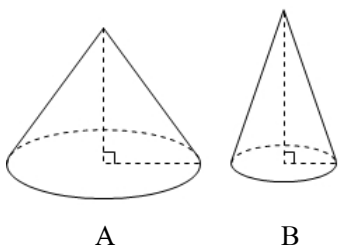
$$= 2 \times \{-t^2 + 4t + 5 + 2 \times (t - 2)\}$$

$$= 2 \times (-t^2 + 6t + 1)$$

$$= -2 \times (t - 3)^2 + 20$$

เมื่อ $t = 3$ จะมีค่าสูงสุดคือ 20

25. ให้ส่วนของวงกลมที่มีมุมที่จุดศูนย์กลาง 270° สร้างเป็นกรวย A และส่วนของวงกลมที่มีมุมที่จุดศูนย์กลาง 90° สร้างเป็นกรวย B



จากส่วนโค้งส่วนของวงกลมเท่ากับความยาวเส้นรอบวงของฐานกรวย จะได้ว่า

รัศมีของฐานกรวย A คือ $12 \times \frac{270}{360} = 9$ ซม. และ

รัศมีของฐานกรวย B คือ $12 \times \frac{90}{360} = 3$ ซม.

และจากความยาวสูงเอียงของกรวย A และกรวย B คือ 12 เซนติเมตร จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

ความสูงของกรวย A คือ $\sqrt{12^2 - 9^2} = 3\sqrt{7}$ ซม. และ

ความสูงของกรวย B คือ $\sqrt{12^2 - 3^2} = 3\sqrt{15}$ ซม.

เนื่องจากรัศมีของฐานกรวย B เป็น $\frac{1}{3}$ เท่าของรัศมีของฐานกรวย A

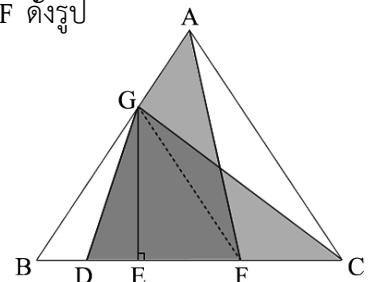
จะได้ความสูงของส่วนที่กรวย A และกรวย B ซ้อนกันเป็น $\sqrt{7}$ เซนติเมตร

นั่นคือ ความสูงของโมเดลเท่ากับ

$$3\sqrt{7} - \sqrt{7} + 3\sqrt{15} = \sqrt{28} + \sqrt{135} \text{ เซนติเมตร}$$

$$\text{ดังนั้น } a + b = 28 + 135 = 163$$

26. ถ้าลาก $\overline{GF}$ ดังรูป



จาก พื้นที่ของ $\square AGDF =$ พื้นที่ของ $\triangle GDC$

จะได้ว่า พื้นที่ของ $\triangle AGF =$ พื้นที่ของ $\triangle CGF$

เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีฐานร่วมกัน และมีความสูงเท่ากัน

จะได้ $\overline{GF} \parallel \overline{AC}$ และ $\triangle GBF \sim \triangle ABC$

เนื่องจาก $GF = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ หน่วย

จะได้ $AC = \frac{3}{2} \sqrt{13}$ หน่วย

และจาก $\triangle GBE \equiv \triangle GEF$ จะได้

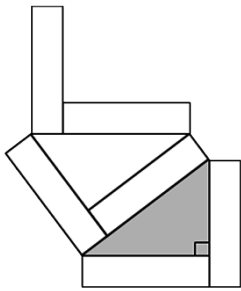
$\triangle GBF$ และ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ดังนั้น ความยาวรอบรูปของ $\triangle ABC$ คือ

$$6 + \frac{3}{2} \sqrt{13} + \frac{3}{2} \sqrt{13} = 6 + 3\sqrt{13} \text{ หน่วย}$$

$$\text{ดังนั้น } a + b + c = 6 + 3 + 13 = 22$$

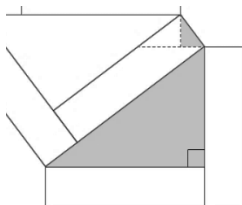
27. พิจารณาภาพแบบจำลองจากด้านหน้า



เมื่อให้ความยาวด้านของบล็อกทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็น x เซนติเมตร และความสูงของบล็อกทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็น y เซนติเมตร พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่แรเงาจากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= x^2 + (x-y)^2 \\ x^2 + 2xy + y^2 &= x^2 + x^2 - 2xy + y^2 \\ x^2 &= 4xy \\ x &= 4y\end{aligned}$$

ทำให้ได้ว่า อัตราส่วนความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคือ 3 : 4 : 5 เมื่อลากเส้นขนานดังรูป



จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากเล็กที่แรเงาเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่คล้ายกันกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่แรเงาใหญ่ จากด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเล็กคือ y เซนติเมตร จะได้ ความสูงของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเล็กคือ $\frac{4}{5}y$ เซนติเมตร เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่สร้างจากบล็อกแบบเดียวกันจะเท่ากันทุกประการ มุมแย้งจึงเท่ากัน ดังนั้น บล็อกที่สูงที่สุดจะตั้งฉากกับพื้นด้วย

จากความสูงของแบบจำลอง

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } x + \frac{4}{5}y + x &= 44 \\ 4y + \frac{4}{5}y + 4y &= 44 \\ \frac{44}{5}y &= 44 \\ y &= 5\end{aligned}$$

นั่นคือ ความสูงของบล็อกทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากคือ 5 เซนติเมตร ดังนั้น ความสูงของบล็อก 6 อัน ที่วางซ้อนกันคือ $5 \times 6 = 30$ เซนติเมตร

28. พิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดสองจุดบนกระดาษ

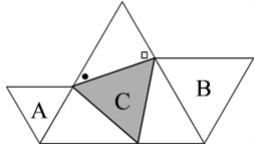
เมื่อแทนความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ไม่ใช่ด้านตรงข้ามมุมฉากด้วย a และ b จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส และสิ่งที่โจทย์ถามจะต้อง

หา a, b ที่สอดคล้องเงื่อนไข $5 < \sqrt{a^2 + b^2} < 7$ เมื่อ $a \leq b$ ค่าที่เป็นไปได้ของ $a^2 + b^2$ ดังนี้

$1^2 + 5^2 = 26$	$1^2 + 6^2 = 37$
$2^2 + 5^2 = 29$	$2^2 + 6^2 = 40$
$3^2 + 5^2 = 34$	$3^2 + 6^2 = 45$
$4^2 + 4^2 = 32$	$4^2 + 5^2 = 41$

นอกจากนี้ยังมีส่วนของเส้นตรงในแนวนอนที่ยาว 6 เซนติเมตร อีกหนึ่งเส้น ดังนั้น ความยาวส่วนของเส้นตรงที่มากกว่า 5 เซนติเมตร แต่น้อยกว่า 7 เซนติเมตร มีทั้งหมด 9 ค่า

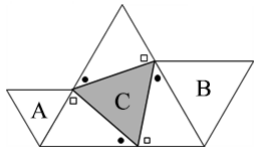
29. เนื่องจาก C เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ขนาดของมุมทั้งสามจึงเป็น 60°



ถ้าหนึ่งในรูปสามเหลี่ยมสามรูปที่สร้างขึ้นระหว่างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดใหญ่ และ C มีขนาดของมุมสองมุมเป็น $\bullet$ และ $\square$

$$\bullet + 60 + \square = 180$$

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมอีกสองรูป และขนาดของมุมทั้งหมดเท่ากัน



และจาก C เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

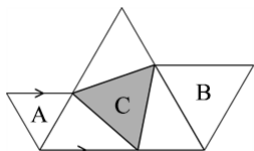
จะได้ว่า ด้านทั้งสามจึงมีความยาวเท่ากัน

รูปสามเหลี่ยมสามรูปที่สร้างขึ้นระหว่างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดใหญ่และ C เท่ากันทุกประการแบบมุม ด้าน มุม

เนื่องจากอัตราส่วนของพื้นที่ A ต่อพื้นที่ B คือ 4 : 9

จุดยอดของ C จึงแบ่งด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดใหญ่เป็น 2 : 3

นั่นคือ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดใหญ่คือ 25 ตารางหน่วย



เนื่องจากฐานของ A และรูปสามเหลี่ยมขนาดใหญ่ขนานกัน พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่สร้างขึ้นระหว่างรูปสามเหลี่ยมขนาดใหญ่และ C จึงเท่ากับ

6 ตารางหน่วย ซึ่งเป็น $\frac{3}{2}$ ของ A

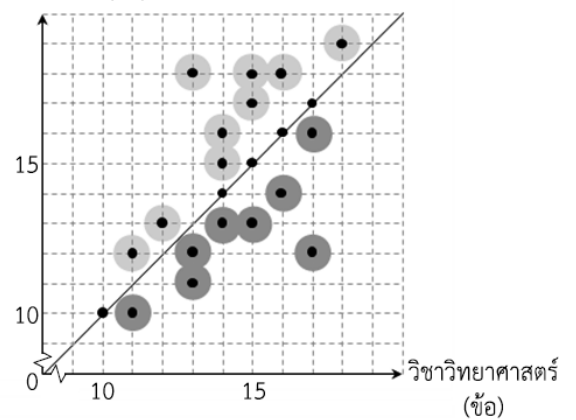
ดังนั้น พื้นที่ของ C เท่ากับ $25 - 18 = 7$ ตารางหน่วย

30. จุดบนกราฟที่แสดงข้อมูลของจำนวนข้อที่ตอบถูกวิชาวิทยาศาสตร์น้อยกว่าวิชาคณิตศาสตร์ จะอยู่บนเส้นกราฟเส้นตรง $y = x$

จุดบนกราฟที่แสดงข้อมูลของจำนวนข้อที่ตอบถูกวิชาวิทยาศาสตร์และวิชาคณิตศาสตร์เท่ากัน จะอยู่บนเส้นตรง $y = x$

และจุดบนกราฟที่แสดงข้อมูลของจำนวนข้อที่ตอบถูกวิชาวิทยาศาสตร์มากกว่าวิชาคณิตศาสตร์ จะอยู่ใต้กราฟเส้นตรง $y = x$ ดังนี้

วิชาคณิตศาสตร์ (ข้อ)



จุดที่อยู่บนกราฟเส้นตรง $y = x$ มี 5 จุด หมายถึงนักเรียนในกลุ่ม B

แต่จุดที่อยู่ใต้กราฟเส้นตรง $y = x$ มี 8 จุด หมายถึงนักเรียนในกลุ่ม A

และจุดที่อยู่เหนือกราฟเส้นตรง $y = x$ มี 9 จุด หมายถึง นักเรียนในกลุ่ม C

เนื่องจาก $5 \neq \frac{1}{2} \times (8+9)$ จะได้ว่า

มีจุดที่ทับซ้อนกัน และจะเห็นได้ว่ามีนักเรียนตั้งแต่ 5 คน ขึ้นไป ที่ตอบถูกทั้งสองวิชาเท่ากัน

ถ้าจำนวนนักเรียนที่ตอบถูกเท่ากันทั้งสองวิชาคือ a คน จะได้จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกวิชาวิทยาศาสตร์มากกว่าวิชาคณิตศาสตร์คือ $2a$ คน

และจำนวนนักเรียนที่ตอบถูกวิชาคณิตศาสตร์มากกว่า

วิชาวิทยาศาสตร์คือ $\frac{3a}{2}$ คน

นั่นคือ จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกทั้งสองวิชาตั้งแต่

10 ข้อขึ้นไป คือ $a + 2a + \frac{3a}{2} = \frac{9a}{2}$ คน

จะได้ว่า a เป็นจำนวนคู่

และเมื่อ $a = 6$ จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกทั้งสองวิชาตั้งแต่ 10 ข้อขึ้นไป จะเป็นจำนวนนักเรียนอย่างน้อยที่สุด

และจำนวนจุดที่ซ้อนทับกันของนักเรียนที่ตอบถูกเท่ากันทั้งสองวิชา คือ $6 - 5 = 1$ คน

จำนวนจุดที่ซ้อนทับกันของนักเรียนที่ตอบถูกวิชาวิทยาศาสตร์มากกว่าวิชาคณิตศาสตร์คือ

$$12 - 8 = 4 \text{ คน}$$

จำนวนจุดที่ซ้อนทับกันของนักเรียนที่ตอบถูกวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาวิทยาศาสตร์คือ

$$9 - 9 = 0 \text{ คน}$$

เนื่องจากจำนวนนักเรียนน้อยกว่า 30 คน

ดังนั้น จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกวิชาคณิตศาสตร์

10 ข้อ พอดี มากที่สุด คือ $(1 + 1) + (1 + 4) = 7$ คน